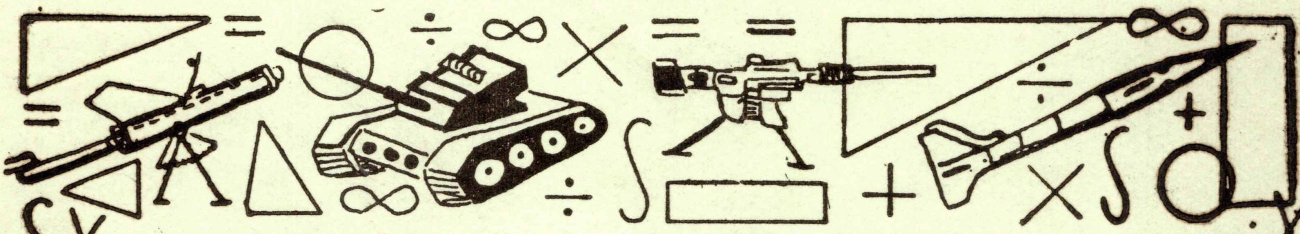
عميد أركان الحرب
محمد عبد الحليم أبو غزالة



استخدام الطرق الرياضية في الأعمال الحربية

دار الفكر العربي

عميد أركان حرب
محمد عبد الحليم أبو غزالة

استخدام الطرق الرياضية في الأعمال الحربية

ملتزم الطبع والنشر
دار الفكر العربي

بسم الله الرحمن الرحيم

تقديم

إن المشكلة الرئيسية للتقدم العلمى ، بل المشكلة الرئيسية للحياة اليومية للإنسان ، هى المعرفة التى يجب أن يكتسبها من الخبرة العملية . فالمعرفة التى يكتسبها الإنسان عن هذا الطريق ما هى إلا شرح لما يراه ، وإن كان جزء منها يختص باستخدام خبرة الماضى فى التنبؤ بما سيحدث فى المستقبل . ويمكن أن نطلق على هذا الجزء « التعميم » أو « الاستقراء » أو « الاستنتاج » (Induction) ، وهذا هو أهم عناصر المعرفة . فالحوادث التى يتم شرحها فقط دون ربطها بالحوادث الأخرى لا يمكن أن نفرق بينها وبين تلك التى أصبحت طى النسيان . إن نظرية التعلم ليست إلا فرعاً مما يطلق عليه اسم فلسفة المعرفة والمنطق (Epistemology) .

هذا وبالقليل من التوضيح يمكن تحديد مستوى الاستقراء . فعالم النباتات (botaniste) يعلم تماما أن أى نبات ينتج من زرع بذرة الخردل ستكون له مواصفات محددة يعرفها من مشاهدته ودراساته السابقة ، وعندما يحرك عازف وتراً معيناً من أوتار الكمان فهو يعلم تماماً النغمة التى سيحدثها هذا الوتر . كل ذلك وغيره من المعرفة تم الحصول عليه من الخبرة المكتسبة من تجارب عملية سابقة ، ففى كل حالة يعتمد الاستنتاج على خبرة سابقة حصلنا منها على علاقات محددة ثابتة ، وأصبحنا اليوم نطبق هذه الاستنتاجات على ماسنفعله ، أو بتعبير آخر أصبحت معلومات أولية نطبقها دون ما توقع لفشلها ، بل أصبحنا نسميها الآن البديهيات ، دون ماحاجة إلى جهد فى التفكير .

وعلم المنطق يعترف بثلاث وجهات نظر فقط هي :

الدليل (أو التجربة) القاطع definite proof ، والدحض أو التفنيد disproof ، والجهل المطبق blank ignoranee ، ولكن لا يمكن لأي أدلة سابقة أثبتت قاعدة ما أن تمدنا بدليل قياسي أو استدلالي على أنها ستعطينا استنتاجا جديداً ، وكل ما يمكن الاستفادة به هو إمكانية التوقع أو التنبؤ فقط .

لقد تطور علم المنطق وشريكه المقرب منه علم الرياضيات تطوراً كبيراً وما زالا يتطوران بانتظام وبمعدل عال . كما أن الطرق العملية ، بدورها ، قد تطورت بصورة عرضية ، وتقدمت التكنولوجيا بالشكل الذي يمكنها من معالجة كل المشاكل التي تقابلنا في الحياة .

إن الميدان الرئيسي لتطبيق علم المنطق هو الرياضيات البحتة ، التي يعرفها الرياضيون بأنها معالجة نتائج قوانين وقواعد محددة دون ما إيماءة أو دلالة على أن شيئا ما في هذا العالم يشبع هذه القواعد . وبالقضية تأخذ الشكل التالي :

« إذا كان ا حقيقة فإن ب تكون حقيقة كذلك » ، بصرف النظر عما إذا كان لدينا ما يثبت أن ا حقيقة .

بذلك وحده أمكن للعلم أن يطرق جميع الميادين ، ويحقق في كل منها اكتشافات باهرة ، بل يمكن القول بأنه لا يوجد في الوقت الحاضر ميدان من الميادين لم يكن للعلم فيه دور كبير .

وعلم الحرب أحد أفرع العلوم التي أصبحت تعتمد اعتماداً كبيراً على العلوم المختلفة وأهمها الرياضيات . فالأعمال الحربية تعتبر من أعقد الأمور التي تتطلب دراسة تفصيلية من حيث الكم والكيف ، وخصائص وطبيعة التسلسل السليم للتحضير لها ، وكذا إجراء وتأمين الأعمال القتالية المختلفة .

ولقد أدى الإنتاج الكبير للأسلحة النووية والصواريخ المختلفة ، وغيرها من معدات القتال ، إلى ثورة عنيفة في الأعمال الحربية فلقد حدث تغيير

— —

جذرى فى القاعدة الفنية العسكرية للقوات المسلحة ، وتنظيمها (بنائها) ؛ الأمر الذى أدى بدوره إلى تغير كبير فى فن الحرب ، وظهور مطالب جديدة للسيطرة على القوات . ولقد زادت مسئولية القادة ومراكز القيادة بالنسبة لاتخاذ القرارات ، وتخطيط الأعمال القتالية ، وتخصيص المهام . إذ لو حدث خطأ ما فى اتخاذ قرار ما فإنه يؤدى إلى خسائر كبيرة ، تماما كما حدث بالنسبة للقوات المسلحة المصرية عام ١٩٦٧ ، إذ (بدون الدخول فى التفاصيل) كان من نتائج القرارات الخاطئة التى اتخذتها القيادة العليا للقوات المسلحة أن دمر جزء كبير من المعدات والأسلحة ، وفقدنا ما يزيد على ١٠,٠٠٠ قتيل .

ومن الخصائص المميزة للأعمال الحربية أن تقدير الموقف ، الذى يعتمد عليه القائد فى اتخاذ قراره ، يبنى على أحوال وظروف غير معروفة ، يمكن اعتبارها ظروفاً فرضية تخضع لقانون الاحتمالات . ومن هذه الأحوال والظروف منتويات العدو وأعماله المحتملة ، وغيرها من الأحوال . وعلى القائد أن يتخذ قرارات سليمة ، بنيت على تقدير موقف سليم ، يتفق والظروف والأحوال السائدة ، ويمكن اتخاذ مثل هذه القرارات إذا ألم القائد والقيادات بالقوانين التى تحكم الأعمال القتالية على اختلاف صورها .

وعندما يقوم مركز القيادة بإعداد قرار ما عليه أن يضع فى الاعتبار النتيجة المطلوبة للأعمال القتالية ، وجميع النتائج المحتملة ، وما من شك أن كل نتيجة تحمل فى طياتها احتمالا معينا لحدوثها أو ظهورها ، ولا يمكن لأى قائد مهما أوتى من علم أن يكون واثقاً ثقة كاملة من أن الأعمال القتالية ستحدث كما كان يتوقع من حيث الزمان والمكان ، وإنما يمكنه فقط أن يتوقع أنه تحت ظروف معينة سيحصل على نتيجة معينة إذا توفرت شروط معينة . أو بتعبير آخر يقوم بتحقيق ظروف وأحوال معينة يتوقع نتيجة

لها أن يتحقق له النصر مثلا أو النجاح فى عمل ما . ولكى تكون توقعاته مبنية على أساس ، أى أكثر واقعية ، يجب إجراء عدد من الحسابات التى بنيت على مفهوم نظرية الاحتمالات . بذلك وحده يمكن أن نقول — إلى درجة كبيرة من الثقة — إن نتيجة معينة للأعمال القتالية ستحدث ، لأن احتمال ظهورها كبير جداً ، والعكس صحيح ، أى إذا كان احتمال ظهور نتيجة معينة صغيرا جداً فإنه يمكن القول بأن حدوثها غير ممكن عملياً . وعلى ذلك نتيجة أن الموقف التكتيكى ، الذى تحدث وتتطور فيه الأعمال القتالية ، يتميز بأنه غير ثابت وليست له حدود ثابتة مميزة ، يجب أن يضع القائد ، عند تقديره للموقف ، عدة حلول (طرق حل مفتوحة) يختار من بينها أكثرها احتمالا للنجاح . كما يجب أن يضع القادة ومراكز قياداتهم نصب أعينهم تلك العوامل الكثيرة التغيير ، وأن يكونوا قادرين على التأثير عليها .

إن الصراع مع الوقت يعتبر عاملا حيوياً لكلا الطرفين المتحاربين ، وسينتصر الطرف الذي يمكنه خلال وقت قصير جمع وتحليل المعلومات ، واتخاذ القرار ، وتخصيص المهام ، وتنظيم أعمال القوات ، وتجهيزها فى أقصر وقت ممكن ، وتوجيه الضربات إلى الأهداف فى الوقت المناسب ، وكذا دفع احتياطياته فى المعركة فى الوقت المناسب أيضاً . هذا ويجب أن لا ننسى أن حجم المعلومات التى يتم جمعها وتمريرها إلى الآخرين سيتزايد كلما اتسع نطاق الأعمال القتالية ، وكلما تعددت وتعقدت أنواع معدات القتال .

وعلى ذلك يبدو لنا تناقض بين حجم المعلومات التى نجمعها ، وكمية الحسابات اللازمة لتحليلها من جانب ، واختصار الوقت الذى تستغرقه عناصر السيطرة على القوات للقيام بهذه الحسابات والأعمال من جانب آخر . ومن الواضح الجلى أنه فى سبيل البحث عن حل لهذا التناقض ، ولتحسين السيطرة على القوات ، تعمل أبحاث علمية ، فى كثير من الدول ، بغرض إدخال

الوسائل العلمية الرياضية فى السيطرة على القوات ، وذلك بواسطة العقول الالكترونية والأجهزة الحاسبة ... الخ ، مما يساعد على القيام بالحسابات المختلفة بسرعة كبيرة جداً ، وعمل الجداول والرسوم البيانية والنوموجرامات التى تساعد مراكز القيادة والقادة فى كثير من الأعمال الحربية .

ولكى ندرك أهمية ومفهوم استخدام هذه الوسائل ، وبالتالى لكى يمكننا وضع الأسس السليمة لاستخدامها وتطويرها ، يجب على كل ضابط أياً كانت وظيفته أن يهتم بالرياضيات ، ويعمل على الحصول على قدر كاف من هذا العلم ، وأساليب استخدامه فى الحياة العملية ، وفى مقدمتها الأعمال الحربية .

لهذا رأيت أن أقدم هذا الكتاب المبسط الذى يشرح بعض النواحى التى تستخدم فيها العلوم الرياضية فى الحياة العسكرية والأعمال القتالية .

عميد أ. ح

محمد عبد الحليم أبو غزالة

الباب الأول

أسس استخدام الطرق الرياضية فى الأعمال الحربية

دور ومكان الطرق الرياضية فى الأعمال الحربية :

إن كل شيء ، أو ظاهره ، أو علاقته ، سواء فى الكيف أو الكم ، يخضع لمقاييس معينة ، أو لقوانين قياسية توضح العلاقة بينها . وكل هذه المفاهيم تدخل تحت عنوان واحد ، وهو : القياس . ومن أهم هذه القوانين القياسية (dialectical methods) قانون تحويل التغيرات الكمية إلى تغيرات كيفية ، والعكس بالعكس . وطبقاً لهذا القانون يمكن عن طريق جمع البيانات والمعلومات الكمية كسر قاعدة القياس - إلى درجة ما — للشيء وإحداث تغيرات جذرية كيفية فيه ، وبذلك تظهر له خصائص جديدة تؤدى بدورها إلى إحداث تغيرات كمية .

ومن المعروف أن علم الرياضيات هو الذى يهتم بدراسة العلاقات الكمية والقوانين الفراغية ، وهو الذى يؤدى دوراً كبيراً فى شرح وتوضيح هذه العلاقات التى تحدد خصائص الأشياء والظواهر المختلفة . ولكن علم الرياضيات وحده غير كاف لشرح جميع هذه الظواهر مما يقابله أى باحث ، إذ يلزمه الالتجاء إلى أفرع أخرى من العلوم التى تهتم بدراستها وسبر أغوارها.

فعلى سبيل المثال : إذا كان علم الفلك يعتمد اعتماداً يكاد يكون كلياً على الطرق الرياضية فإن العلوم الحربية لا يمكنها تجاهل تطور الأعمال القتالية وتعتمد على القوانين الرياضية فقط !

تعتبر الأعمال القتالية من الأشكال المميزة للمادية التى لا يمكن عند دراستها إهمال الخبرات المكتسبة من المعارك والعمليات السابقة ، التى تؤثر إلى حد

كبير على أى اتجاهات جديدة فى فن الحرب . ولذلك تتكون الصورة الحقيقية الدقيقة لتطور الأعمال القتالية لدى من ينظر إليها عبر نافذة تاريخية أكبر مستخدما الطرق الرياضية فى أبحاثه ودراساته .

وعلى ذلك فعند تحليل ظواهر العمل الحربى فإن معالم الكيف الرئيسية لكل مرحلة من مراحل تطور المعركة أو العملية تكتمل صورها عن طريق الدراسة التفصيلية بالطرق العلمية .

أما التقويم الكمى الذى نحصل عليه نتيجة استخدام الطرق الرياضية فإنه يساعد القيادة على اتخاذ قرارات قاطعة ودقيقة فى الوقت المناسب عن العملية كلها ، وعلى استخدام كل وسيلة من وسائل القتال ، والتأمين المادى والهندسى وغيرها من عناصر أمن القتال ، وكذا المسائل العامة والخاصة الأخرى التى يقابلها القادة ومراكز القيادة .

وفى الحياة العملية لمراكز القيادات تستخدم الطرق الرياضية فى الحسابات التكتيكية التعبوية والخاصة الأخرى التى يقابلها القادة ومراكز القيادة .

ويمكن للقادة والقيادات باستخدام الآلات الحاسبة الكهربائية والألكترونية والعقول الألكترونية وغيرها من الوسائل العلمية الحديثة الإجابة على الأسئلة التالية التى قد تظهر لهم فى مرحلة التحضير للعملية أو أثناء سير الأعمال القتالية :

١ — ماهى النتائج المتوقعة نتيجة لتنفيذ الخطة الموضوعة وحسب القوى والوسائل المستخدمة لتنفيذها ؟

٢ — ماهى القوى والوسائل التى يجب تخصيصها للحصول على نتيجة محددة ، مع أخذ قوة العدو ووسائله المتيسرة له فى الاعتبار .

٣ — ماهى خطة الأعمال التى تناسب حجم القوات والوسائل المتيسرة ؟

من هذا يتضح أنه عند التحضير للقرار ووضع خطة العملية (الأعمال

القتالية) ، وكذا عند اتخاذ القرارات أثناء سير الأعمال القتالية ، تعتبر المسائل التالية ذات أهمية حيوية للنصر :

١ — حساب المقارنات بين القوات سواء من حيث الكم والكيف .

٢ — تحديد نسبة الخسائر المحتملة .

٣ — تقدير الموقف بالنسبة للعدو وأعماله المنتظرة .

٤ — حساب الوسائل الواجب توافرها للحصول على نسبة خسائر محددة فى قوات العدو .

٥ — تحديد المهام المناسبة ، وأنسب الحلول الخاصة بالتخطيط ، وطرق التغلب على دفاعات العدو ، وقطاعات الاختراق ... الخ .

ومن هذا يتضح أن الطرق الرياضية أصبحت اليوم ترتبط ارتباطاً وثيقاً بمراحل السيطرة على القوات ، وخاصة المراحل المهمة ، مثل: تقدير الموقف، والحسابات الخاصة بالقرار ، وحسابات تنظيم أمن القتال ، وكذا حسابات النتائج المتوقعة للأعمال القتالية .

ولكن نظراً لأن هذه الطرق لا تعطينا إلا تقديرات كمية فقط فإن استخدامها فى النواحى العسكرية يضعها فى مكان خاص ، ألا وهو اعتبارها وسيلة مساعدة لا تستخدم إلا فى إطار وحدود معينة . إذ يجب أن لا تؤخذ نتائج هذه الحسابات على أنها نتائج مطلقة يتوقف عليها القرار ، بل يجب أن توضع جنباً إلى جنب مع تقويم الروح المعنوية للجنود ، ومستوى تدريبهم ، وعدالة القضية التى يقاتلون من أجلها ، ووطنيتهم ... الخ ، كعناصر لها أهميتها تؤثر على نتائج الأعمال القتالية . ويجب على القادة أن يضعوا نصب أعينهم هذه العوامل عند تقديرهم للموقف واتخاذهم للقرار . هذا وبالإضافة إلى ما سبق تقع على عاتق القادة مسئولية السيطرة على حشود ضخمة من القوات والمعدات وتحريكهم طبقاً للقرار المتخذ ، على أن يؤخذ فى الاعتبار

الأعمال الفعلية للعدو والأعمال المنتظرة له ، وكثير من العوامل الأخرى التى تخلقها المواقف المختلفة . وهذا يتطلب من القادة : الحسم ، والحزم ، والمبادأة ، والسرعة فى اتخاذ القرارات السليمة ، وغيرها من الصفات التى لا تخضع للقوانين الرياضية .

والصعوبة فى تحديد النتائج المحتملة للأعمال القتالية ، وتحديد حجم القوى والوسائل المطلوبة لتحقيق هذه النتائج ، ووضع خطة استخدامها ، تتلخص فى أن سير الأعمال القتالية يفاجئنا عادة بما لم يكن فى الحسبان . فعلى سبيل المثال : يخضع الاختلاف الفعلى لنقط سقوط الصواريخ عند الهدف لظاهرة المصادفة ، ويمكن تقدير تأثيره على العملية بشكل سليم إذا حسبت نسبة التأثير المتوقعة لكل هذا باستخدام قوانين نظرية الاحتمالات على أساس الإلمام بقوانين قياس الانتشار المتوقع .

ومن الظروف والأحوال التى تعتبر مجهولة ولا يمكن معرفتها مقدما مفتويات العدو ، وعلى سبيل المثال : الأحوال الجوية السائدة فى منطقة الهدف التى تؤثر على نتائج الضرب . ويمكن التعويض عن هذه العوامل جزئياً باستخدام الطرق الرياضية (مثل : تحديد طريقة استخدام العدو لوسائله فى المعركة) ، كما يمكن أخذها فى الاعتبار عند اتخاذ القرار . هذا وبالإضافة إلى ما سبق نلاحظ أن القيم المتغيرة التى اعتبرنا أنها تتغير فى حدود معلومة عملياً قد تخرج عن هذه الحدود ، وأن العوامل التى اعتبرناها ثابتة لا تتغير أو تتغير تغيراً غير ملموس قد تتغير أو تحدث تأثيراً ملموساً على الأعمال التى يتم إجراؤها .

وبناء على الأسباب السابقة يمكن اعتبار التنبؤات التى نحصل عليها رياضيا — كقاعدة عامة — تنبؤات سليمة وصحيحة بالنسبة لأغلبية الأعمال التى من نوع واحد . فعلى سبيل المثال : لا يمكن التنبؤ هل يتم تدمير طائرة

عند الضرب عليها أولا ؟ ولكن يمكن حساب نسبة الطائرات المحتمل تدميرها في المتوسط في عدد من الاشتباكات المتماثلة .

وفى الوقت الحاضر نظراً لظهور وسائل كثيرة متباينة للصراع المسلح زادت أهمية تقويم فاعلية السلاح ، وهو ميدان من أهم ميادين علم الرياضيات .

وخلاصة الموضوع أن البيانات التى نحصل عليها فى التجارب العملية التى تجرى فى ميادين الرماية لسلاح ما أو طراز جديد منه لا يمكن اعتبارها كافية للحكم على خواص هذا السلاح . ومن الضرورى أن يختبر السلاح تحت الظروف والأحوال التى سيتعرض لها عند الاستخدام . والطرق الرياضية الحديثة — التى تستخدم الآلات الحاسبة والعقول الالكترونية — تسمح بخلق نماذج من الأعمال القتالية التى يراعى فيها أحسن استخدام للسلاح . وعلى ذلك فعن طريق معالجة نتائج التجارب العملية فى ميادين الرماية ، ونتائج المعالجة الرياضية ، يمكن الحصول على تقويم كامل وسليم للكفاءة القتالية والمطالب الواجب توافرها فى الموديلات الجديدة من الأسلحة .

وإذا كانت الطرق الرياضية لم يسبق لها أن عالجت مثل هذه الموضوعات فبفضل الطرق الحديثة ، وفى مقدمتها طريقة النماذج الرياضية mathematical models ، أمكن تحقيق نجاح كبير فى هذا الميدان .

وفى الوقت الحاضر أصبح مفهوما أن الأبحاث التى تجرى فى ميدان الرياضيات وتطبيقاتها العملية أصبحت تستخدم استخداماً مباشراً فى الحياة العملية .

ولقد انتشر هذا الاستخدام للرياضيات انتشاراً واسعاً فى الأعمال الحربية . الأمر الذى أدى إلى زيادة القدرة على السيطرة على القوات .

السيطرة التعبوية

Operativeness of Control

من أهم التطورات الثورية التى حدثت فى الأعمال الحربية المطالب الجديدة التى ظهرت بالنسبة للسيطرة التعبوية على القوات ، والتى تمثل إحدى الدلائل الرئيسية التى تسمح بتقويم درجة صلاحية وسائل السيطرة على القوات بعد أن زادت أحجامها وإمكانياتها، وكذا كمية المعدات المسلحة بها زيادة كبيرة . هذا ولقد أصبح عامل الوقت عاملا حيوياً يؤدى دوراً كبيراً فى تطور الأعمال القتالية ونتائجها .

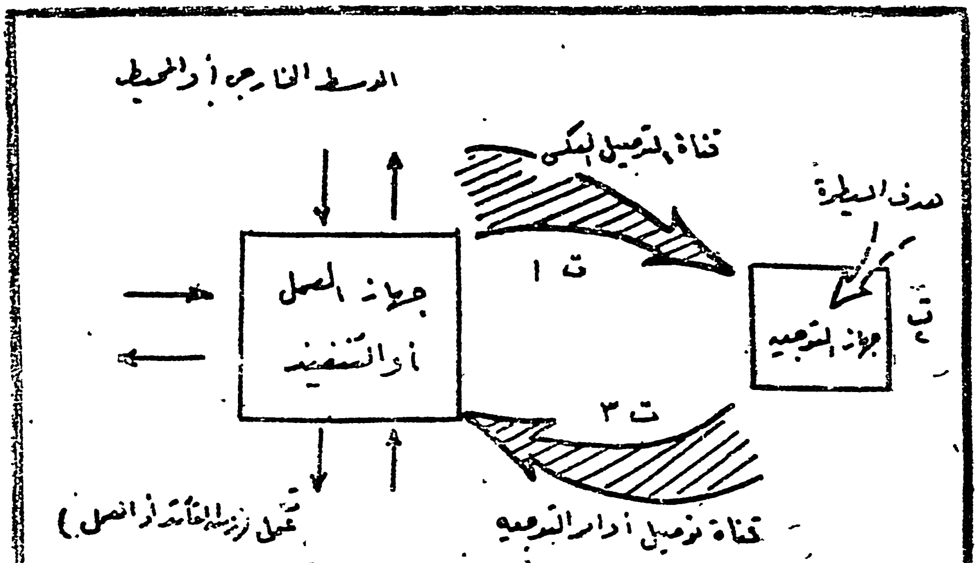
ويستخدم علم الكيبرنيتيكا [1] الرياضيات على نطاق واسع ، وذلك فى الكشف عن القوانين العامة التى تحكم السيطرة فى النظم المختلفة للطبيعة ، والتى تسمح بالحصول على طرق التقويم الكمى التى تخدمنا فى الحياة العملية .ولقد

---

(١) فن السيطرة (أو الكيبرنيتيكا) : أحد أفرع العلوم التى اكتشفها العالم الأمريكى ن. فينير عام ١٩٤٨ ، وهو علم يدرس الصلة بين السيطرة والمراجعة فى الآلات وفى الأجسام الحية ، ويدخل فى نطاق هذه الدراسة الحالة التى تكون فيها العناصر موضوع الدراسة (السيطرة ، والاتصال ، والمراجعة) ناتج عمل مجموعة من الناس ، أو ناتج عمل مشترك بين الناس والآلة . ولتحديد هذا المفهوم أو التعريف نقول إن هذا الفن (كيبرنيتيكا) هو الصلة والسيطرة والمراجعة . فهو علم يدرس : الآلات ، والأجسام الحية ، واتصالاتها بعضها ببعض ، من وجهة نظر استقبالها لمعلومات محددة ، والاحتفاظ بها فى الذاكرة ، وإرسالها أو تمريرها عن طريق قناة الاتصال ، وتحويلها إلى إشارات تسيطر أو تتحكم فى أعمالها فى الاتجاه المحدد .

ويطلق على تلقى المعلومات والاحتفاظ بها ثم تمريرها فى فن السيطرة : المواصلات أو التوصيل . أما معالجة المعلومات وتحويلها إلى إشارات توجه أفعال

أثبت هذا العلم أن نظم السيطرة المختلفة تتشابه من حيث الأسس . ويتكون أى نظام منها (شكل ١) من : جهاز تنفيذ ، وجهاز توجيه ، وقناة توصيل



شكل (١) رسم تخطيطي لنظام السيطرة

للأوامر ، وقناة توصيل عكسى ، وجهاز التأثير أو العمل يتعاون مع الوسط الخارجى أو المحيط ، الأمر الذى يؤدى إلى أن تتغير حالته ووضعه . وبفضل جهاز التوصيل العكسى يمكن خلال زمن $ت_1$ الحصول على معلومات عن هذا التغيير .

وبناء على المعلومات المتحصل عليها ، وطبقا للهدف الذى من أجله صمم

= الآلات والإنسان ، أى السيطرة ، فإذا كان فى إمكان الآلة أو الإنسان مثلا تلقى المعلومات واستخدامها عن أعمالها فإننا نعبر عن ذلك بالقول : « إنها تتميز بخاصية التوصيل العكسى » .

أما معالجة هذه المعلومات وتحويلها إلى إشارات تقوم بتصحيح أفعال هذه الآلة أو هذا الإنسان فيطلق عليه فى علم السيطرة « المراجعة Centrol » أو « الضبط أو التنظيم regulation » . ولذلك يعرف فن السيطرة بأنه علم تلقى المعلومات وحفظها ومعالجتها واستخدامها فى الآلات والأجسام الحية .

جهاز التوجيه ، تتم معالجة المعلومات خلال زمن ت٢ ، ثم خلال زمن ت٣ يتم إرسالها إلى جهاز العمل أو التأثير .

وعلى هذا الأساس تنتهى دورة السيطرة ، التى تستهلك فيها الأزمنة ت١ ، ت٢ ، ت٣ ، والتى يمكن اعتبار مجموعها هو زمن السيطرة ، أى أن :

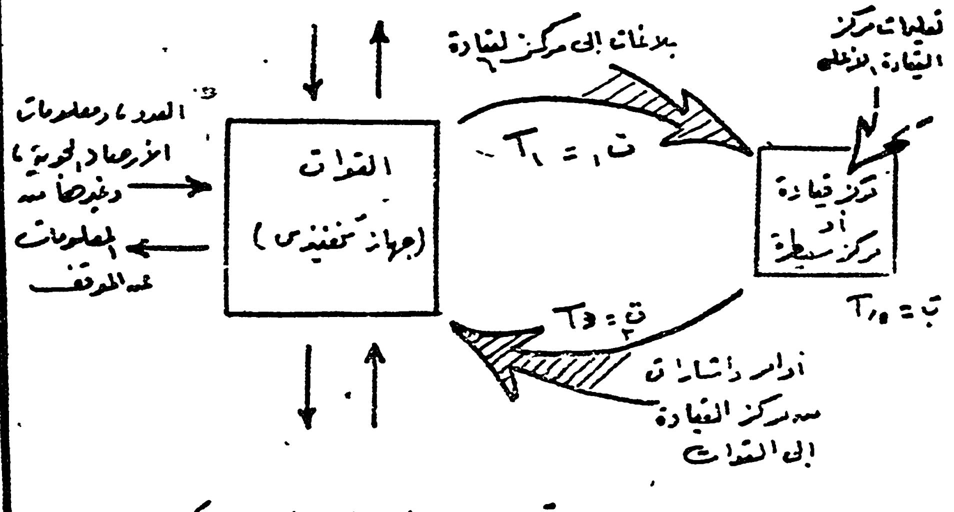
$$ت_{سيطرة} = ت_١ + ت_٢ + ت_٣ \qquad T_1 + T_2 + T_3 = T_{con}$$

وبعد ذلك يأتى دور تنفيذ الأمر بواسطة جهاز العمل ، الذى يستغرق زمناً قدره ن عمل ، ونتيجة تنفيذ الأمر تتغير حالة وضع جهاز العمل ، الأمر الذى يؤدى إلى دورة جديدة للسيطرة .

وفى بعض النظم العملية (الحقيقية) — مثل البيولوجية — تحدث هذه الدورات واحدة تلو الأخرى بصفة مستمرة ، وفى بعض النظم الأخرى — مثل النظم الاجتماعية — تتكرر دورياً .

وإذا ما درسنا نظام السيطرة على القوات سنجد أنه يشبه النظام الذى تحدثنا عنه سواء فى عناصره أو فى تسلسله .

فكل نظام للسيطرة على القوات يحتوى على جهاز توجيه (مركز قيادة ، مركز سيطرة ... الخ) (شكل ٢) ، وجهاز تنفيذى (القوات بأسلحتها) ،



شكل (٢) رسم تخطيطى لنظام السيطرة العسكرى

وقناتى اتصال بين هذين الجهازين إحداهما لتوصيل البلاغات من مصادرها إلى مراكز القيادة ، والأخرى لتوصيل الإشارات والأوامر إلى القوات .

وفى كل نظام من نظم السيطرة على القوات يوجد هذا التسلسل الخاص بتوصيل الأوامر والمعلومات ، ومعالجة هذه المعلومات فى جهاز التوجيه (القيادة) . ويمكن القول بأن لدوره السيطرة على القوات هذه الأزمنة الثلاثة ($ت_1$ ، $ت_2$ ، $ت_3$) ، أما زمن تنفيذ القوات للمهمة فيكون $ت_{تنفذ}$.

ولكن نظام السيطرة على القوات يتميز بمعالم خاصة تجعله يحتل مكانة خاصة . ففى الأعمال القتالية تشترك حشود ضخمة من القوات النظامية التى تتم السيطرة عليها بواسطة جهاز واحد يتكون من عدة مراكز قيادة ، ولا يوجد فى أى تنظيم آخر مثل هذا العدد الضخم من المعدات كما هو فى القوات المسلحة . وحجم المعلومات التى تتداول داخل النظام العسكرى ضخم جداً : معلومات عن العدو ، وعن القوات الصديقة ، وعن الخواص الفنية التكتيكية للتسليح ، وعن الأرض ، وعن حالة طرق المواصلات ، وعن الأحوال الهيدرومتربولوجية ، وعن الموقف الذرى والكيماوى ، الخ.

وأثناء تبادل المعلومات يجب أن يوضع فى الاعتبار التداخل الذى يحاول العدو إحداثه على جميع وسائل المواصلات والسيطرة ، الأمر الذى يتطلب إجراءات خاصة لمنعه . وسيحاول العدو كذلك أن يتسمع على هذه المعلومات ، الأمر الذى يتطلب توفير السرية التامة لها . فبالنسبة للسيطرة على القوات لا يسمح بأى خلل أو عيوب ، ولذلك يتطلب بناء هذا النظام تحقيق شروط ومطالب خاصة . إن أجهزة السيطرة على القوات كانت وستظل أهدافاً رئيسية لضربات العدو ، الأمر الذى يتطلب إجراءات وتدابير خاصة لتأمين طول عمرها وخفة حركتها (محركها) . ونظراً لأهمية الوقت كعامل حاسم ظهرت المصطلحات « الوقت المحدود » ، و « أقل وقت ممكن » ، و « الوقت

المناسب » ، و « سعت تاريخه » ، و « بأقصى سرعة ممكنة » ... الخ ، ولكن هذه المصطلحات لا تظهر بوضوح أهمية الوقت كعامل حاسم ، وإنما تظهر خصائصه الكمية فقط ، ولكن بقدر لا يمكننا من إصدار حكم سليم عليه .

ويمكن ، فى كل حالة من الحالات ، لمعرفة المطالب الكمية للسيطرة التعبوية إجراء دراسة تحليلية مستفيضة يمكن عن طريقها إدراك مفهوم الوقت الحرج (critical time) .

يمكن تعريف الوقت الحرج critícl time (ويرمز له بالرمز $\text{ت}_{\text{حر}}$) بأنه أقل وقت يمكن للقوات خلاله تحقيق المهام الملقاة على عاتقها ، أو تحقيق التأثير (أو الأثر) الذى كنا نتوقعه وسبق أن خططنا له .

إن قيمه الوقت الحرج ، كما هو الحال تماما بالنسبة لوقت التنفيذ ، ترتبط ارتباطاً وثيقاً بطبيعة الأعمال القتالية والغرض من السيطرة ، ولذلك تختلف هذه القيمة من حالة لأخرى .

والآن لنتساءل :

ماهى السيطرة التعبوية ؟ إنها الوصول إلى أن يكون إجمالى الوقت الذى تستغرقه دورة السيطرة ($\text{ت}_{\text{سيط}}$) والوقت اللازم للقوات لتنفيذ الأمر الذى تلقته (وهو ما نسميه وقت التنفيذ $\text{ت}_{\text{تنفذ}}$) أقل (أصغر) من الوقت الحرج ، أى أنه يجب أن تتحقق اللامتساوية التالية :

$$\text{ت}_{\text{سيط}} + \text{ت}_{\text{تنفذ}} < \text{ت}_{\text{حر}}$$

وعلى ذلك يمكن التعبير عن السيطرة التعبوية بالمعادلة التالية :

$$\text{ت}_{\text{تعب}} < \text{ت}_{\text{حر}} - \text{ت}_{\text{تنفذ}}$$

ويجب أن نضع فى الاعتبار أن وقت دورة السيطرة ما هو إلا مجموع أزمنة معالجة وتمرير المعلومات ، أى أن :

$$ت_{سيط} = ت_1 + ت_2 + ت_3$$

والآن لنطبق ما سبق على مثال واقعى :

لنفرض أن محطات الرادار اكتشفت طائرة معادية قبل وصولها إلى الخط الذى ستوجه منه ضرباتها إلى الهدف بمدة ١٠ دقائق ، وأن الطريق إلى هذا الهدف تحرسه المقاتلات (طائرات الاعتراض) . ولنفرض أن المقاتلات بمجرد تلقيها المعلومات (الإشارة) قادرة على اعتراض طائرة العدو خلال ٦ دقائق (فى حالة وجود طائرات منوبة بالمطارات) ، أو ٣ دقائق (فى حالة وجود دورية بالجو أى طائرات خدمة بالجو) . وفى هذه الحالة سيكون لدينا أساس للحساب ، وهو أن دورة الإنذار وإصدار الأوامر من مركز القيادة (الوقت المستغرق فى اتخاذ القرار وإصدار الأمر إلى المطار أو إلى الطائرات المنوبة بالجو) تستغرق دقيقة أو دقيقتين . فما هو إذن تقويم السيطرة التعبوية فى جميع هذه الحالات ؟

للوصول إلى الإجابة نورد جميع الاحتمالات فى الجدول التالى ليمكن دراستها :

الجدول رقم (١)

م	مكان طائرات الخدمة	الوقت الحرج ت حر دقيقة	وقت التنفيذ ت تنفذ دقيقة	الوقت اللازم للسيطرة بالدقيقة ت١	ت٢	ت٣	ت س	الوقت المسموح به للسيطرة بالدقيقة ت ن = ت حر − ت تنفذ	الاستنتاج
١	فى المطار	١٠	٦	١	١	١	٣	٤	يوجد دقيقة احتياط لعناصر السيطرة
٢	بالمطار	١٠	٦	٢	٢	٢	٦	٤	السيطرة فاشلة استغرقت وقتاً أكثر من المسموح لها به (٢ق)
٣	فى الجو	١٠	٣	١	١	١	٣	٧	السيطرة ناجحة لديها ٤ دقائق احتياط
٤	فى الجو	١٠	٣	٢	٢	٢	٦	٧	السيطرة ناجحة لديها دقيقة احتياط

تحليل :

من الجدول السابق يتضح أن الحلول رقم ١ ، ٣ ، ٤ تحقق الكفاءة التعبوية للسيطرة ، أما الحل رقم ٢ نتيجة الوقت الطويل الذى تستغرقه السيطرة (٦ دقائق) فلا يمكن معه تأمين اعتراض طائرات العدو فى الوقت المناسب ، إذ زاد الزمن دقيقتين عن الوقت المسموح به . وعلى ذلك لجعل السيطرة ناجحة تعبوياً — فى الحالة رقم ٢ — يجب أن يختصر زمن السيطرة من ٦ دقائق إلى ٤ دقائق. إذن فالمطلب اللازم هو اختصار وقت السيطرة دقيقتين، أو بتعبير آخر اختصاره إلى أقل وقت ممكن (الوقت الحرج) .

والسؤال الآن :

كيف يتم اختصار وقت السيطرة ؟ وعلى حساب أى عنصر من عناصره ؟

إن الإجابة على هذا السؤال تتوقف على الظروف والأحوال السائدة .

فى حالة من الحالات قد يمكن اختصاره بزيادة سرعة تلقى المعلومات (أى اختصار وقت الإنذار إلى أقل وقت ممكن) وسرعة تمريرها ، أو بتعبير آخر اختصار الوقت ت١ ، ت٢ ، وفى حالة أخرى بزيادة سرعة الإجراءات الخاصة باتخاذ القرار (أى تقليل الوقت ت٢) ؛ ويتم الاختصار غالباً فى وقت جميع عناصر دورة السيطرة .

هذا ومن أهم وأحسن الوسائل لاختصار الوقت ت٢ الخاص بمعالجة المعلومات (اتخاذ القرار) اتباع الطرق الرياضية ، وتزويد مراكز القيادة بالأجهزة الحاسبة الالكترونية ، واستخدام المساطر الحاسبة التى تجهز للعمل مبكراً ، وكذا الجداول والرسوم البيانية والنوموجرامات .. الخ .

إن اتخاذ قرار عملى فيما يختص بأى من عناصر دورة السيطره تزود بمثل هذه الوسائل ، وأى الأعمال القتالية تستخدم معها هذه الطرق ، وأين وكيف يمكن اكتشاف طرق ووسائل أخرى مناسبة ، كل ذلك يرتبط ارتباطاً وثيقاً بمفهوم الوقت الحرج .

كيف يمكن إذن تحديد الأزمنة ت١ ، ت٢ ، ت٣ ، ت تنفذ ، التى تدخل فى دورة السيطرة ، والتى تدخل فى العلاقة التى تحدثنا عنها قبل ذلك ؟

يجب قبل كل شىء تحديد الأزمنة اللازمة لكل مرحلة أو عنصر من عناصر دورة السيطرة . ولذلك يجب فى كل عمل من أعمالنا — حتى اليومية منها — فى القوات وفى مشروعات مراكز القيادة أن نحسب ونحدد الأزمنة التى نستغرقها فى أعمال السيطرة ، والأزمنة اللازمة لتنفيذ المهام .

ولكن لا يمكن فى كل حالة من الحالات تسجيل وتحديد الأزمنة المناسبة لكل عمل ، أو اتخاذ ما تم تسجيله كأساس للحساب فالوقت الذى يستغرقه عمل معين يتوقف على عوامل كثيرة لا يمكن التنبؤ بها مسبقاً ووضعها فى الاعتبار عند التسجيل ، أى أن بعض العوامل تعتبر قيما صدفية ، أى تخضع

لعامل المصادفة ، أى أنها قد تتغير من حالة لأخرى . تماما كما فى حالة إلقاء زهر النرد (الطاولة) ، إذ أن ظهور الوجه الموجود عليه ثلاث ثقوب (...) قد يحدث أو قد لا يحدث ، ويخضع فقط لقانون الاحتمال .

وعليه فلكى تكون حساباتنا سليمة يمكن الاعتماد عليها يجب أن تبنى على متوسطات ، وأن يؤخذ فى الاعتبار الاختلاف المحمل فى الحالات الخاصة .

وسنتحدث فى الباب الثانى بإفاضة عن طريقة تقدير عامل الوقت اللازم لكل عنصر من عناصر دورة السيطرة ، وكذا الوقت الحرج ووقت التنفيذ .

ويجب أن نذكر هنـــا أنه إذا لم تتحقق السيطرة التعبوية .

$ت_{سيط} > ت_{حر} - ت_{تنفذ}$ فإن ذلك قد يكون نتيجة أن وقتاً زائداً استهلك فى دورة السيطرة ، ولم يوضع فى الاعتبار ما قد يقابلنا من ظروف ، أو أننا لم نستغل كل طاقة القوات المتوفرة وقدراتها استغلالا كاملا نتيجة لعدم مراعاة الوقت الحرج . فالتنظيم الجيد للسيطرة يمكننا من استهلاك أقل وقت ممكن من الوقت الحرج فى تلقى المعلومات ومعالجتها (اتخاذ القرار) وتمرير المعلومات (إصدار الأوامر) ، وبذلك يتوفر أكبر وقت ممكن للقوات (المنفذين أو المرءوسين) ، وبذلك يمكن لها استغلال أقصى طاقة لها ، وتكبيد العدو أكبر خسائر ممكنة ، وبذلك تتغير النسبة فى القوات لصالحنا .

وعليه يجب أن نعتمد اعتماداً يكاد يكون كليا على تسجيل الوقت الذى تستغرقه عناصر السيطرة على كل المستويات ، وتقويم الكفاية التعبوية للطرق المتوفرة بناء على دراسة الوقت الحرج .

وفى حالة اكتشاف أن الوقت المستغرق يزيد على الوقت الحرج يبدأ البحث عن وسيلة أو طريقة لاستبعاد هذه الزيادة .

يجب أن يدخل عامل الوقت كعنصر رئيسى فى تقويم عمل كل عنصر من عناصر السيطرة وكل طاقم أو وحدة فرعية صغرى . وكل نظام عسكرى .

كفاءة السيطرة ومفهوم الفاعلية الحرجة

إن فهم واستيضاح معنى كفاءة السيطرة لا يتم إلا عن طريق الدراسة والتحليل . ولكن للإجابة على هذا التساؤل باختصار يمكن القول بأن السيطرة الناجحة الممتازة هى تلك التى تؤمن اتخاذ القرار السليم فى الوقت المناسب وجعله موضع التنفيذ وذلك حسب الموقف السائد .

واتخاذ القرار فى الوقت المناسب يرتبط ارتباطاً وثيقاً بكفاءة السيطرة التى سبق الحديث عنها ولا يمكن أن تكون السيطرة ناجحة إذا ما تأخرنا فى اتخاذ القرار مهما كان هذا القرار ممتازا أو بارعا ، فعامل الوقت عامل حاسم ، ولسرعة اتخاذ قرار سليم تستخدم الطرق الرياضية التى تعاون الإنسان على ذلك ، وكذا اتباع الطرق والوسائل الفنية الحديثة، ولكن يجب لنجاح هذه الطرق والوسائل أن يتم مسبقاً فى وقت السلم تجميع خبرات القادة ومراكز القيادة ودراستها وتحليلها ومعالجة أحسن Algorithmi [1]، والقواعد اللازمة لإجراء الحسابات اللازمة لعديد من المواقف العسكرية المحتملة ، وبذلك يمكن عن طريق حل عدة آلاف من العمليات الحسابية فى الثانية الوصول إلى قرار سليم .

وعندما تكون البيانات اللازمة متوفرة تعطى إلى الآلة الحاسبة على شكل برنامج أوجدول حسابات ألكترونى أو على شكل معادلات رياضية معينة .

وكما فى أى بطارية يتم فيها الاحتفاظ أو تخزين طاقة كهربائية فإننا

---

(١) Algorithmi مجموعة أو نظام من القواعد التى يمكن باتباعها حل العديد من المسائل الرياضية، وإجراء عدد من المسائل الحسابية طبقاً لنظام محدد ، مثل طريقة القسمة المتتالية التى تسمح - بعد عدد من الأعمال الآلية - بالوصول إلى قاسم مشترك أصغر

فى الآلات الألكترونية الحاسبة ، أو المساطر الحاسبة . أو الرسوم البيانية ، أو الجداول ، أو النوموجرامات ، تحتفظ بنتائج الخبرة والدراسة التفصيلية العلمية بحيث يمكننا فى لحظة متناهية فى الصغر الحصول على نتيجة للحسابات أو التساؤلات اللازمة . هذا ويجب أن يكون العمل الأولى أو الاستعدادات الابتدائية قد تمت بالشكل الذى يحقق لنا السيطرة التعبوية ، والوصول إلى قرارات سليمة على درجة عالية من الكفاءة (مثال : القرارات التى تسمح لنا بتكبيد العدو أكبر خسائر ممكنة وبأقل خسائر فى قواتنا وأقصى استخدام لإمكانياتنا القتالية ... الخ) .

وللحكم على فاعلية استخدام وسائل القتال المختلفة أو تقويم الحلول المقترحة للقرار عن المعركة أو العملية يجب الوصول إلى دليل يمكننا من توقع النتائج المختلفة لكل حد من الحلول .

ويطلق على هذا الدليل « قاعدة الفاعلية Criterion effectiveness » ، أو « دليل الفاعلية » ، أو « دلالة الفاعلية » .

ونظراً لأن أنواعا كثيرة ومختلفة من القوات المسلحة وأفرعا كثيرة من القوات تشترك فى الأعمال القتالية ، وتستخدم وسائل قتال عديدة ومتباينة ، وتتعامل مع أهداف مختلفة ، فمن الواضح أنه يمكننا الوصول إلى قاعدة واحدة تصلح لكل الحالات التى تقابلنا فى الحياة العملية . ولذلك يجب اختيار البحث عن هذه القاعدة أو النظام الخاص بدلالة الفاعلية . ولن يتأتى ذلك إلا بالدراسة والتحليل .

فقاعدة أو دلالة الفاعلية يجب أن تتفق وتسلسل الأعمال القتالية ، وأن ترتبط ارتباطاً وثيقاً بالهدف الذى ترمى إليه هذه الأعمال ، وأن تكون بسيطة غير معقدة ، وأن نكون قادرين على التعبير عنها حسابياً وبيانياً ، وبذلك يمكن تحليلها .

فعلى سبيل المثال :

تعتبر الضربات الصاروخية فى الوقت الحاضر جزءاً لا يتجزأ من أى معركة أو عملية . فما هى إذن دلالة فاعلية النتائج المتوقعة لاستخدام الصواريخ، التى تعكس نتائج الضربات المماثلة للأهداف المختلفة ؟

لنفرض أننا أطلقنا صاروخا عابراً للقارات على موقع صواريخ للعدو، فما هدف الضرب ؟ لاشك أنه تدمير موقع الصواريخ . فى هذه الحالة ستكون دلالة فاعلية التأثير هى احتمال حدوث التأثير المطلوب فى موقع الصواريخ نتيجة لإطلاق صاروخ واحد .

مثال آخر :

عند الضرب على دبابة متحركة للعدو من مدفع مضاد للدبابات ، ما من شك أن دلالة فاعلية الضرب على هذه الدبابة يحددها احتمال الحصول على إصابة مباشرة فيها عند ضرب طلقة واحدة .

وعلى ذلك إذا كانت الأعمال القتالية التى نقوم بها تهدف إلى الحصول على نتيجة محددة قد تتحقق أو لا تتحقق فمن البديهى أن تكون دلالة الفاعلية هى احتمال تنفيذ المهمة أى الحصول على النتيجة المطلوبة .

فعند صد هجوم جوى للعدو فإن هدف الصواريخ الموجهة المضادة للطائرات سيكون إسقاط أكبر عدد ممكن من طائرات العدو التى تحلق فى منطقة تأثير هذه الصواريخ .

وفى هذه الحالة تكون دلالة فاعلية الضرب بالصواريخ هى المنتظر الرياضى لعدد الطائرات المحتمل سقوطها .

وكذلك بالنسبة لضرب نقطة قوية للعدو بها أسلحة مختلفة وأفراد جميعهم متخندقون. وأجرى الضرب عليهم بالمدفعية، فإن دلالة فاعلية الضرب للتأثير تحت

ظروف معينة وبكمية معينة من الذخيرة تتلخص فى المنتظر الرياضى للأسلحة والمعدات والأفراد المحتمل إصابتهم فى هذه الضربة أو القصفة .

وعلى ذلك فإذا كانت الأعمال القتالية تهدف الحصول على أكبر قيمة ممكنة لناتج معين (كلما كبرت القيمة كان الناتج أحسن) أو أقل قيمة له (كلما صغرت القيمة كان الناتج أحسن) ، فمن الطبيعى اتخاذ المنتظر الرياضى لهذه القيمة دلالة للفاعلية .

وفى بعض الحالات الخاصة قد تتخذ دلالة للفاعلية العلاقة بين شكلين رئيسيين من الدلالات ، وهما : الاحتمال ، والمنتظر الرياضى . فعلى سبيل المثال : إذا كانت المهمة تتلخص فى البحث عن أحسن تجميع لوسائل القتال المتاحة بالمقارنة بالتجميع الموجود فعلا فإن دلالة الفاعلية تكون العلاقة بين النتيجة المتوقعة فى حالة التجميع الجديد بالنتيجة المتوقعة باستخدام التجميع الموجود فعلا . وعليه فإن الحكم على النتائج يكون بالمقارنة بين الاحتمال والمنتظر الرياضى (التوقع الرياضى) .

فعلى سبيل المثال كدلالة على ما إذا كان التحول من نظام الدفاع الجوى عن الأهداف إلى نظام الدفاع الجوى عن المناطق هو الحل الأنسب أو غير الأنسب تؤخذ العلاقة بين المنتظر الرياضى للوسائل اللازمة فى حالة الدفاع عن الأهداف ، والمنتظر الرياضى لكمية الوسائل اللازمة فى حالة الدفاع عن المناطق ، وذلك بفرض نجاح الوقاية فى كلتا الحالتين (أى تثبيت عامل الوقاية وتساويه بالنسبة لكل من الحلين) .

والدلالة (كعلاقة أو مقارنة بين النتائج) يمكن استخدامها عند دراسة التغييرات المختلفة (بما فى ذلك التغيير أو التعديل فى الأسلحة نفسها) .

وكثيراً ماتستخدم النسبة بين خسائر الأطراف المتحاربة كدلالة للفاعلية بالنسبة للأعمال القتالية المختلفة (أى النسبة بين المنتظرات الرياضية للخسائر) .

وتستخدم المقارنة بين القوات كدلالة للفاعلية . وتحسب هذه المقارنة بين القوات قبل الأعمال القتالية ، كما أن التغيرات التى تحدث فيها خلال سير المعركة أو العملية تعتبر ذات أهمية بالغة للقيادة والقيادات .

وكثيراً ما تعتبر المقارنة بين الوسائل التى تستهلك لتحقيق نتائج معينة (والتى بواسطتها يمكن تقرير ما إذا كان إجراء معين أكثر اقتصاداً من اى إجراء آخر) ذات فائدة كبيرة .

ومن العناصر الواجب دراستها لخدمة الوصول إلى دلالة للفاعلية ما يلى :

- احتمال الفشل فى الاستخدام .
- المنتظر (التوقع) الرياضى لعدد الأجهزة المشتركة .
- أطوال فترات الخدمة الدورية .
- الوقت المنتظر لبداية الخدمة .
- الوقت الذى يستغرقه كل جهاز .

وغير ذلك من الدلالات التى سنتحدث عنها بالتفصيل فى الباب الخامس.

وعند الدراسة قد نختار أكثر من دلالة واحدة . وفى هذه الحالة إما أن نحاول ربط جميع الدلالات فى دلالة عامة واحدة ، وإما أن نختار دلالة معينة يمكن بواسطتها الحكم على تنفيذ المهمة ، أى اختيار دلالة رئيسية ، فى حين تعتبر باقى الدلالات عناصر مساعدة . والدلالات المساعدة — فى هذه الحالة — ستكون عامل تحسين فى حدود معينة ، بحيث لا يحدث أثر سلبى على الدلالة الرئيسية . وعلى ذلك فالدلالات المساعدة تحاول رسم معالم للقرارات الممكنة التى يختار من بينها القرار الأسلم بواسطة الدلالة الرئيسية .

مثال :

عند صد هجوم جوى للعدو تعتبر الدلالة الرئيسية هى المنتظر الرياضى

لعدد الطائرات التى يتم إسقاطها . أما الدلالات المساعدة فمنها مثلا :

— الاستهلاك المتوقع للصواريخ (عدد الصواريخ التى تطلق) الذى لا يجوز تخطيه (أقل استهلاك ممكن) .

ومن الواضح أن تأثير الدلالات المساعدة يكون فى حدود معينة . ففى المثال السابق ما لم يؤثر استهلاك الصواريخ على عدد الطائرات المسقطة يمكن أن يوضع هذا الاستهلاك فى الاعتبار كدلالة لها أثرها .

ولزيادة التوضيح :

لو جعلنا التقليل من استهلاك الصواريخ هو العامل الحاسم فإننا سنصل إلى حد القول بأن الأنسب هو عدم إطلاق أى صاروخ كاية ، وبذلك لن نسقط أى طائرة من الطائرات المغيرة .

وهذا غير معقول ، فمن المؤكد أننا نهدف إلى إسقاط أكبر عدد من الطائرات ، وعليه لا يجوز أن يكون استهلاك الذخيرة هو العامل الرئيسى فى تنفيذ هذه المهمة ، وإنما يجب أن يكون عاملا مساعداً ، وبذلك فإن أحسن تعبير لتوضيح ذلك هو أننا نهدف إلى إسقاط أكبر عدد ممكن من الطائرات بأقل استهلاك ممكن للذخيرة .

مما سبق يتضح من العوامل المساعدة أو الدلالات المساعدة الوقت اللازم لتنفيذ المهمة فمن المؤكد أن توزيع الوسائل المتاحة على الأهداف الموجودة توزيعاً نموذجياً سيكون غير ذى فائدة إذا لم توجه الضربة فى الوقت المناسب. ولذلك يجب أن يتم التوزيع داخل إطار معين من الوقت الذى يجب أن تتم خلاله الضربة .

ومن الواضح أن اختبار دلالات الفاعلية للأعمال المختلفة يجب أن يتم بالارتباط مع دلالة خاصة بإجراء أو عمل شامل أو عام .

وما دامت مراكز القيادة على المستويات المختلفة وفى الأفرع المختلفة

من القوات المسلحة يمكنها أن تنفذ مهام متشابهة فمن الواجب استخدام دلالات واحدة للفاعلية ، وبذلك يمكن المقارنة بينها وتعميم نتائج القرارات بالنسبة للمهام المماثلة .

وتبعاً لمستوى تدريب وإعداد المنفذين ، وتبعاً لتزويد عناصر السيطرة بالوسائل الألكترونية الحاسبة أو عدم تزويدها بها ، وكذا تبعاً للدلالة التى تم اختيارها ، وطبيعة الأعمال المتتابعة (التى تم تنفيذها مرة واحدة أو عدة مرات ، على أن تؤخذ فى الاعتبار ردود الفعل المتوقعة من العدو تارة ودون ذلك تارة أخرى... الخ) ، تبعاً لذلك كله يتم اختيار الطريقة التى تستخدم . فقد تستخدم طريقة التحليل البسيط التى تعتمد على المعدلات المتوسطة المعدة من قبل ، أو طريقة تعتمد على الحسابات التكتيكية التعبوية التى تبنى على البيانات التى تتوفر عن موقف معين .

التحليل البسيط :

تبنى هذه الطريقة على المعدلات المتوسطة والقياسات والحسابات الأولية التى بنيت على المعلومات المتوفرة والاستنتاجات المنطقية التى استخدمت من قبل وما زالت تستخدم . وهذه الطريقة لا تتطلب أجهزة حاسبة معقدة . فكل مايلزم هو : الوقت ، والخبرة ، والمعرفة ، والمنطق ، والمعلومات اللازمة لتحليل الموقف ببساطة ، ثم اتخاذ القرار بناء على هذا التحليل .

ولكن فى الوقت الحاضر نظراً لتنوع التسليح فى القوات ، وتنوع وحدة قياس قوة كل سلاح ، وزيادة مدى الرمى له ، وتنوع وسائل النقل .. الخ ، يتطلب الأمر توفر كمية كبيرة جداً من المعلومات التى يحولها مركز القيادة إلى وحدة زمن ، ولذلك أصبحت طريقة التحليل البسيط صعبة التنفيذ .

كما أن المعدلات المتوسطة فى الأعمال القتالية الحديثة التى تهمل التغيرات الحادة فى الموقف فى كثير من الحالات تؤدى إلى أخطاء جسيمة عند استخدام طريقة التحليل البسيط .

وبغض النظر عن استخدام الطرق الرياضية المعقدة والماكينات الحاسبة الألكترونية فإن طريقة التحليل المنطقى ستظل دائما موضع اعتبار ، لأنها السبيل إلى الاستخدام الصحيح لهذه الطرق والمعدات ، كما أنها ستكون الوسيلة الوحيدة لتقويم النتائج التى نحصل عليها بأى طريقة من الطرق .

وتتلخص الطرق الرياضية الرئيسية لتقويم أى موقف فيما يلى :

أ — نظرية الاحتمالات Theory of probability

ب — علم الإحصاء Statistics

حـ — نظرية المباريات أو الألعاب Theory of games

ى — المنهاج الرياضى Mathematical programming

هـ — نظرية الخدمات الشاملة

و — الصياغة الرياضية أو التكييف الرياضى Mathematical modeling

الطرق الإحصائية

إن استخدام القوات والمعدات فى الأعمال القتالية يتسم بالحشد كمبدأ من مبادىء الحرب فى العصر الحديث . فعلى سبيل المثال : وصلت كثافة القوات والأسلحة فى الكيلومتر الواحد من المواجهة فى اتجاه المجهود الرئيسى عام ١٩٤٥ فى الجبهة الروسية الألمانية إلى ما يلى :

— ٣٤٧٠ فرداً .
— ٥٧ قطعة مدفعية .
— ١٠ دبابات ومدافع اقتحام .
— ١٠ طائرات .

وفى عملية فيسلا أودرسكى (الجبهة الروسية عام ١٩٤٥) اشتركت القوات التالية :

٣٤٤٠ دبابة ، و ١٣٧٠٠ قطعة مدفعية وهاون (عيار ٧٦مم فما فوق) ، و ٢١٨٧ طائرة . ففى هذه المهام التى تتميز بظاهرة الحشد التى تتكون من نواتج وحيدة تخضع لقانون المصادفة تعتبر طريقة الإحصائيات هى الطريقة المثلى .

ووضع القوانين والقواعد ، التى تخضع لها ظواهر الحشود الصدفية ، يبنى على أساس دراسة البيانات الإحصائية التى يتم الحصول عليها نتيجة للمراقبة والملاحظة . وتتم هذه الدراسة على أساس الرياضة الإحصائية، التى تتلخص مهمتها فى استنباط طرق جمع ومعالجة البيانات الإحصائية . ومن الواضح أنه كلما زادت المادة التى يمكن جمعها عن النواتج المتشابهة أمكن الحصول على استنتاجات سليمة . والأعمال القتالية تعتبر من الظواهر التى يتكرر حدوثها بكثرة ، الأمر الذى يجعل الطريقة الإحصائية أصلح الطرق استخداما لدراستها .

ومن الواضح أنه كلما كبر مستوى الحادثة أو الناتج كانت أكثر تعقداً وأقل تكراراً ، وبالتالى لا تصبح الطريقة الإحصائية سبيلا سليما لدراستها ، إذ أنها لا تعطينا نتائج دقيقة ومحددة يمكن اتخاذها قاعدة أو قانوناً .

ولتوضيح ما نرمى إليه عن استخدام الطرق الإحصائية نورد فيما يلى دراسة إحصائية قام بها الأمريكيون خلال الحرب العالمية الثانية توضح لنا مدى نجاح هذه الطريقة فى دراسة الظواهر الحربية :

ففى الفترة بين عام ١٩٤١ وعام ١٩٤٢ نتيجة لهجمات الغواصات الألمانية على قوافل السفن الأمريكية فى المحيط الأطلسى ظهرت نظرية تكتيكية أطلق عليها « Wolf pak » أى جماعة الذئاب ، أو بتعبير آخر هجوم جماعى .

فبتحليل المعلومات التى تم جمعها عن نتائج حوالى ٤٠ قافلة بحرية أمكن الوصول إلى الاستنتاجات التالية :

١ — كانت العناصر المتغيرة فى الدراسة هى :

أ — عدد سفن النقل فى القافلة   م

ب — عدد السفن القائمة بحراسة القافلة   س

حـ — عدد الغواصات القائمة بالهجوم   ن

٢ — كدلالة على فاعلية هجوم الغواصات أخذت العلاقة بين عدد الغواصات التى تم إغراقها من غواصات العدو فى الهجوم الواحد ، وليرمز له بالرمز لـ إلى عدد السفن التى تم إغراقها من القافلة ولنرمز له بالرمز ى أى العلاقة $\frac{ل}{ى}$. ومن الواضح أن مهمة القوات الأمريكية كانت تنصب فى جعل العلاقة $\frac{ل}{ى}$ أكبر ما يمكن .

٣ ـ ولقد أثبت تحليل البيانات التى تم جمعها ما يلى :

(أ) لا يتوقف عدد السفن التى تغرق على العدد الكلى للسفن فى القافلة، ولذلك كلما زاد عدد السفن قلت نسبة ما يغرق منها .

(ب) يتناسب عدد السفن التى تم إغراقها تناسباً طردياً مع عدد الغواصات القائمة بالهجوم ، ويتناسب تناسباً عكسياً مع عدد سفن الحراسة .

(حـ) يتناسب عدد الغواصات التى يتم إغراقها تناسباً طردياً مع عدد سفن الحراسة .

وعلى ذلك فعلاقة التناسب ومعامل التناسب اللذان تم الحصول عليهما أعطياهم المعادلات التالية :

$$ل = \frac{س\ ن}{١٠٠}$$

$$\text{عدد الغواصات المغرقة} = \frac{\text{عدد سفن الحراسة} \times \text{عدد الغواصات القائمة بالهجوم}}{١٠٠}$$

$$ك = ٥ \times \frac{ن}{س}$$

$$\text{عدد السفن المغرقة} = ٥ \times \frac{\text{عدد الغواصات القائمة بالهجوم}}{\text{عدد سفن الحراسة}}$$

وبعد ذلك أمكن الوصول إلى دلالة فاعلية هجوم الغواصات :

$$\frac{ل}{ك} = \frac{ن\ س}{١٠٠} \times \frac{س}{٥ن} = \frac{س^{٢}}{٥٠٠}$$

وهذا معناه أن دلالة فاعلية الهجوم تتوقف على مربع عدد سفن الحراسة ، ولا تتوقف عدد سفن القافلة وعدد الغواصات القائمة بالهجوم .

وبناء على هذه الدراسة قامت القيادة العليا الأمريكية بإصدار التوجيهات التالية :

١ — لزيادة فاعلية القوافل البحرية يجب زيادة عدد السفن المشتركة في القافلة زيادة كبيرة ما دام ذلك عاملا على نقص نسبة الخسائر بها .

٢ — زيادة سفن الحراسة للقافلة الواحدة زيادة بسيطة (ما دامت هذه الزيادة تؤثر تأثيراً كبيراً على دلالة فاعلية هجوم الغواصات ، كما يتضح من المعادلة السابقة ، فكل زيادة تحدث تأثيراً مضاعفاً على المعامل ، إذ أنها تسبب زيادة عدد الغواصات التي يتم إغراقها وتقلل عدد السفن التي يتم إغراقها) .

ولقد أدت هذه التوجيهات إلى أن الألمان بدأوا ينظرون إلى أن عمليات غواصاتهم في المحيط الأطلسي أصبحت فاشلة ، فنقلوا نشاطهم إلى مناطق أخرى ، وكان ذلك نقطة تحول في الصراع البحري في المحيط الأطلسي .

وكمثال آخر لاستخدام الإحصاء في الأبحاث العسكرية الدراسة التي أجرتها القيادة الأمريكية لتحديد التكتيك الذي تتبعه السفن أثناء تعرضها للطائرات الانتحارية اليابانية المسماة « الكاميكادزا » أي « الريح المقدسة » (Sacred wind)[1] . ومازالت هذه الدراسة لها قيمتها في تحديد تكتيك السفن الحربية بالنسبة للصواريخ والطائرات الموجهة . ولقد بنيت هذه الدراسة على نتائج ٤٧٧ هجوما ، وأمكن بواسطتها الحصول على الصورة التالية :

---

(١) الكاميكادزا أو الريح المقدسة لفظة أطلقها اليابانيون على أعصار الصين عام ١٢٧٤ الذي دمر سفن الإمبراطور المغولي كوبلاي خان الذي حاول الاستيلاء على جزر اليابان بأبرار ١١٥ ألف مقاتل مستخدما ٥٠٠ سفينة .

		على السفن الكبيرة	على السفن الصغيرة
مجموع الهجمات		١٢٩	٣٤٨
إصابات مباشرة		٥٧	١١٥
نسبة الإصابات المباشرة (فى المائة)		٤٤	٣٣
فى حالة المناورة بالسفن	مجموع الهجمات	٣٦	١٤٤
	نسبة الإصابات المباشرة	٢٢	٣٦
دون إجراء أى مناورة	مجموع الهجمات	٦١	١٢٤
	نسبة الإصابات المباشرة	٤٩	٢٦
تأثير المدفعية المضادة للطائرات فى حالة المناورة	مجموع الهجمات	٣٦	١٤٤
	نسبة الطائرات التى تم إسقاطها	٧٧	٤٩
تأثير المدفعية المضادة للطائرات بدون المناورة	مجموع الهجمات	٦١	١٢٤
	نسبة الطائرات التى تم إسقاطها	٧٤	٦٦

تحليل بيانات الجدول :

بدراسة الجدول السابق يتضح ما يلى :

١ — بالنسبة للسفن الكبيرة يجب الاعتماد على المناورة اعتماداً كبيراً ، لأن تأثير (فاعلية) نيران المدفعية المضادة للطائرات لا يقل فى حالة المناورة (٧٤٪ ، ٧٧٪) ، فى حين ينخفض احتمال حدوث إصابة مباشرة فى السفينة بشكل ملحوظ (من ٤٩٪ إلى ٢٢٪) .

٢ — بالنسبة للسفن الصغيرة يجب عدم اللجوء إلى المناورة الحادة ، لأن

تأثير نيران المدفعية المضادة للطائرات ينخفض انخفاضاً شديداً (من ٦٦٪ إلى ٤٩٪) الأمر الذى يزيد من نسبة الإصابات المباشرة فى السفينة (من ٢٦٪ إلى ٣٦٪) .

هذا و الدراسة التكميلية للبيانات الإحصائية من حيث طرق الهجوم بواسطة الطائرات الانتحارية توضح أنه عند الهجوم على السفينة من الجنب بزاوية انقضاض حادة تنخفض نسبة الإصابات المباشرة إلى أقل قيمة لها (٢٠٪) ، فى حين أنه إذا تم الهجوم بزاوية غير حادة (لطيفة) ارتفعت نسبة الإصابات المباشرة إلى أكبر قيمة لها (٥٧٪) .

ومن هذه الدراسة تم استنتاج ما يلى :

« يجب على جميع السفن أن تقابل الهجوم الجوى للطائرة التى تنقض عليها بزاوية هجوم حادة بجنب السفينة ، وأن لا تعرض جانبها لطائرة تهاجمها بزاوية لطيفة » .

وعلى ذلك فمن الأمثلة السابقة يتضح أن الإحصاء يقدم خدمات جليلة للتكتيك . ولكن دور الإحصاء لا يقف عند هذا الحد . فكل دراسة رياضية مهما كانت متطورة لا يمكن لها أن تنجح عملياً مالم تعتمد على عدد كبير من البيانات السليمة المؤكدة . ويمكن الحصول على هذه البيانات من التجارب ومن خبرة الحياة العملية (نتيجة مراقبة ودراسة دقيقة لها) .

وليس معنى ذلك أن طريقة التحليل الإحصائية خالية من العيوب ، وإنما الواقع أنها بالإضافة إلى المزايا التى ذكرناها تشوبها عيوب كثيرة . ومن أهم هذه العيوب أنه للوصول إلى استنتاجات سليمة يجب أن تتوفر لدينا معلومات كثيرة مؤكدة عن كل ظاهرة موضع دراسة . وهذا يتطلب وقتاً طويلاً من المراقبة والدراسة . هذا بالإضافة إلى أنه قد تحدث أخطاء كثيرة أثناء

التطبيق قبل أن نصل إلى نتائج مفيدة ، وخاصة فى الأعمال الحربية . وهذا أيضاً بالإضافة إلى أن جمع مادة الإحصاء لايعتبر مهمة رئيسية أثناء القتال ، الأمر الذى يجعل المعلومات التى يتم جمعها فى نهاية المعركة غير كاملة وليست على درجة من الدقه كما يعتقد فيها . كما يجب أن يوضع فى الاعتبار أن الإحصاء يدرس الحادثة الماضية فى الصورة التى حدثت فيها فعلا . ولذلك فاتخاذ الحادثة أساساً لدراسة تختص بالمستقبل قد يعتبر فى بعض الأحوال أمراً غير مستحب أو غير سليم . كما أن البيانات الإحصائية عن الحوادث المنفردة لايمكن أن تعطى حكما سليما على حادثة مركبة تتكون من عدة حوادث أولية (Elementary event) .

إن طرق الإحصاء « تتغذى » ببيانات ابتدائية يتم تجميعها ومعالجتها كى يمكن تعميم الإستنتاجات التى يتم الوصول إليها . ولكن هذه الطريقة لم تتطور بعد بالشكل الذى يجعلها قادرة على إجراء تحليل سليم ودقيق للحوادث (النواتج) المركبة .

طريقة الاقتراب المحتمل

لتحليل الأعمال القتالية

توجد فى الأعمال الحربية — كما هو الحال فى الأعمال المدنية — حوادث قاطعة مؤكدة وأخرى تخضع لقانون المصادفة (صدفية) أى قد تحدث وقد لا تحدث .

وتنتمى التجربة إلى النوع المؤكد أو القاطع إذا كانت العناصر الداخلة تعطى نتائج محددة ومعروفة ، وذلك بغض النظر عن عدد المرات التى تكرر فيها هذه التجربة .

ويمكن تصوير ذلك كما لو كنا نجرى التجربة فى صندوق زجاجى لا يخفى عنا ما يحدث بداخله من قوانين أو قواعد توضح العلاقة بين القيم الداخلة والقيم الناتجة أو الخارجة .

فعلى سبيل المثال : إذا ما فرضنا أن سلكا ما مقاومته م ، وكان فرق الجهد بين طرفيه يساوى ف فإننا سنحصل دائماً على تيار قوته ت ، وفى هذه الحالة تتناسب قوة هذا التيار تناسباً طردياً مع الجهد وتناسباً عكسياً مع المقاومة . ويمكن تصوير هذه العلاقة رياضياً وإجراء حسابات التفاضل والتكامل عليها ... الخ .

أما التجربة التى تخضع لقانون المصادفة فهى تلك التى تعطينا نتائج مختلفة فى كل مرة نجريها . ولا يمكن أن نجزم فى كل مرة بالناتج أو النتيجة التى سنحصل عليها ، ويمكن أن نعبر عن ذلك بأن هذه التجربة تجرى داخل صندوق أسود لا نرى شيئاً بداخله ، ويخفى عنا كل القوانين الداخلية التى تحكم المدخل والمخرج .

فعلى سبيل المثال : عند الضرب على هدف ما ، تم التصويب على مركزه ، فإن الإصابات التي ستحدث في الهدف ستحدث في نقطة مختلفة تحيط بهذا المركز . ولا يمكن للضارب مهما كانت مهارته أن يعرف مسبقاً النقطة التي سيصيبها في الهدف .

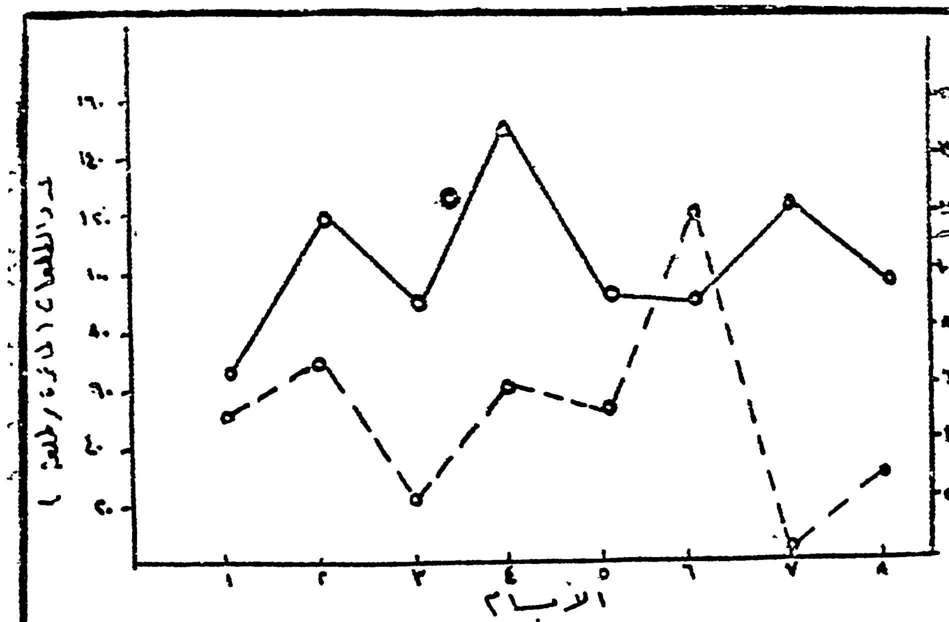
إن خاصية المصادفة والتأكد (أى أن الناتج أو الحادثة مؤكدة الحدوث) يعتبران ظاهرتان تعكسان العلاقة بين الظواهر التي تحدث دون تدخل من الإنسان ، أى أن الإنسان لا يدله فى حدوثها أو عدم حدوثها ، وإنما تحدث نتيجة قوانين داخلية خاصة . ولو تمكن الإنسان من أن يكشف النقاب عن هذه القوانين الداخلية فإنه يصبح قادراً على أن يرى خلال جدران الصندوق الأسود المغلق .

ولدراسة هذه القوانين الداخلية نلجأ إلى الطرق الرياضية التي تنبنى على نظرية الاحتمالات التي تقوم بتحليل ودراسة الحوادث التي تخضع لقانون المصادفة ، ومن هذه الحوادث ما يتصل بالأعمال الحربية .

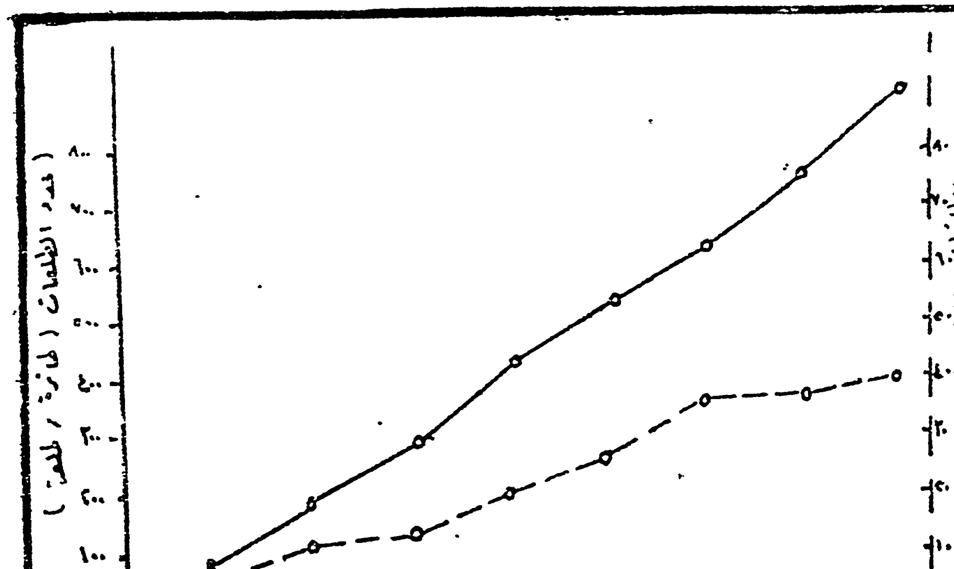
إن نظرية الاحتمالات تدرس القوانين التي تحكم الظواهر التي تخضع للمصادفة . وبدراسة هذه الظواهر يمكن ملاحظة أن ناتجا ما ، هو موضوع اهتمامنا ، يحدث عدداً كبيراً من المرات (ذبذبة الناتج أو الحادثة) إذا ما أجرى عدداً كبيراً من التجارب ، وبذلك يقال أن له خاصية ثبات عالية . وكلما زاد عدد التجارب فإن ذبذبة الحادثة أو الناتج (قيمة متغيرة) تحاول أن تتخذ قيمة متوسطه ثابتـة ، يمكن أن يطلق عليها احتمال الناتج أو احتمال الحادثة .

وسنحاول دراسة مثال يوضح لنا تغيير حادثة ما تخضع لقانون المصادفة وهى عدد الطائرات التي تسقط بالنسبة لعدد من الطلعات اليومية (شكل ٣) . ولأول نظرة لن نجد هنا قانوناً يحكم هذه الظاهرة . ويتضح من ذلك أن نتائج

هذه التجارب تخضع تماما لقانون المصادفة . ولكن إذا ما صورنا عدد الطلعات وعدد الطائرات التى تسقط فى رسم بيانى فإننا سنحصل على شبه قانون يحكم هذه الظاهرة (شكل٤) .

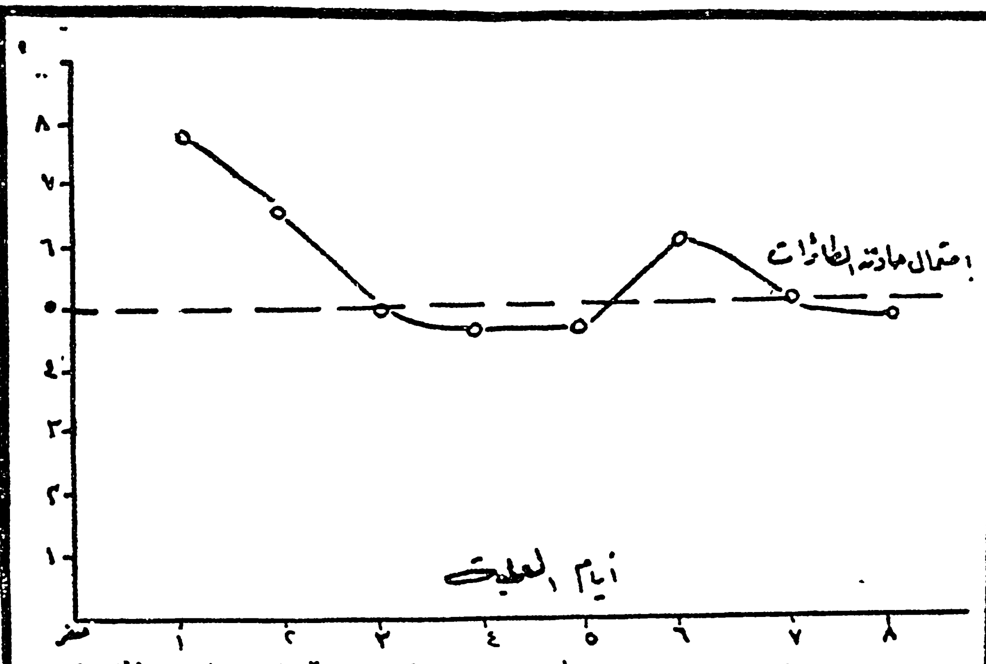


شكل (٣) عدد الطلعات (طائرة / طلعة) وعدد الطائرات المفقودة فى أيام العملية



شكل (٤) عدد الطلعات (طائرة / طلعة) وعدد الطائرات المفقودة

وعليه ، إذا ما درسنا تغير نسبة مجموع الطائرات التى تسقط إلى مجموع الطلعات (أى ذبذبة النتائج موضوع اهتمامنا) فإننا نرى أنه كلما زاد عدد التجارب فإن هذه الذبذبة تحاول الثبات حول قيمة متوسطة ثابتة (فى مثالنا هذا ٥٪ انظر شكل ٥) .



شكل (٥) ذبذبة الحادثة (النتائج) التى تحاول الاقتراب من الاحتمال نتيجة لزيادة عدد التجارب

ونتيجة لتحليل التجارب السابقة يمكننا أن نحصل على استنتاج يؤكد أن احتمال سقوط الطائرة يساوى ٠٫٠٥ (أى ٥٪) .

وعلى ذلك فإن وجود الاحتمال يعتمد على إجراء عدد كبير جداً من التجارب . ويرتبط الاحتمال بتلك النواتج أو الحوادث مثل قياس إمكانية ظهورها أو حدوثها بغض النظر عما إذا أجرينا التجربة أم لم نجرها . وهذه الخاصية تمكننا من تقرير عدم إجراء عدد كبير من التجارب ، وعن طريق الحساب نستنبط احتمال ظهور نتيجة هذه التجارب ، الأمر الذى يمكن إستخدامه فى التنبؤ بنتائج العمليات (الأعمال) الحربية المقبلة ، ومقارنة فاعلية الحلول المقترحة لهذه الأعمال .

فعلى سبيل المثال : إذا كان احتمال حدوث نتيجة معينة صغيراً جداً فمن الممكن القطع بأن هذه النتيجة تصبح غير متوقعة الحدوث مهما كان عدد التجارب التى نجريها . وبذلك يمكن عملياً استبعاد هذه النتيجة من حسابنا ، فعلى سبيل المثال : إذا كان احتمال فشل عمل الطابة يساوى ٠,٠٠١ فمن الممكن القول بأن الطابة سليمة وستنجح حتما فى تفجير الدانة فى النقطة التى نريدها .

ومثال آخر :

إذا كان احتمال عدم فتح المظلة يساوى ٠,٠٠١ فمن الممكن القول بأن هذه المظلة تكون غير صالحة للاستخدام ، وإذا كان احتمال عدم دوران محرك سيارة يساوى ٠,٠١ فمن المؤكد أن مثل هذا المحرك لا يصلح للعمل مع الطائرات مع أننا قد نقرر صلاحيته للسيارة . إذاً فالأمر نسبى ويختلف من حالة لأخرى .

أما إذا كان احتمال حادثة (ناتج) معينة قريب من الواحد الصحيح فمن الممكن أن نعتبر هذه الحادثة (الناتج) مؤكدة الحدوث .

إن الاحتمال الرياضى يعطينا تنبؤات لجميع الحالات التى تم إجراء تجارب عملية عليها .

وكما أسلفنا نؤكد أن طريقة جمع ومعالجة البيانات الإحصائية بما فى ذلك البيانات الخاصة بالتجارب العملية تعتمد على علم الإحصاء . وعلى ذلك فعلم الإحصاء ونظرية الاحتمالات مختصان بدراسة الأعداد الضخمة من التجارب ويرتبط كل منهما بالآخر ارتباطاً وثيقاً . ويمكن القول بأن نظرية الاحتمالات تعتبر انعكاساً رياضياً للقوانين الإحصائية .

إن الأعمال الحربية تتأثر إلى حد كبير بالقيم الحدثية أى التى تعتمد على قانون المصادفة .

فعلى سبيل المثال : إذا تطلب الأمر إطلاق عدد من الصواريخ على هدف ما يقع على مسافة م ١ من قاعدة الإطلاق فمن المؤكد أننا سنربط هذه المسافة على جهاز التنشين الخاص بالقاعدة .

ولكن نتيجة لأسباب غير معروفة تخضع لعامل المصادفة (مثل اهتزاز قاعدة الإطلاق مثلا ، أو انحراف بسيط فى مركز ثقل الصاروخ نفسه عن الوضع النموذجى ، أو تغير مفاجىء للأحوال الجوية عن الأحوال التى أجريت عليها الحسابات ... الخ) يمكن القول بأن المسافة الحقيقية التى سيقطعها الصاروخ ستكون م وتعتبر قيمة تخضع لقانون المصادفة ؛ الأمر الذى تنحرف نتيجة له نقطة سقوط الصاروخ عن نقطة التنشين ، أى أن القيمة م — م١ ستكون قيمة صدفية تخضع لقانون المصادفة إذ أنها ستختلف من حالة إلى أخرى .

ولكى يمكن السيطرة على هذه القيم التى تخضع لقانون المصادفة ، ولكى يمكن حصرها فى إطار الممكنات والقياسات، يجب أن نحصل على صورة دقيقة واضحة لقانون توزيع أو انتشار هذه القيم . فهذا القانون يمدنا بالقيم العددية التى تتخذها واحتمال ظهور كل منها .

ويبدو أن الأمر لا يقتصر على قانون واحد لهذا التوزيع بل يوجد عدد منه ، ويبدو كذلك أنه فى مقدورنا أن نحدد مسبقاً ، إلى درجة لا بأس بها من الدقة ، ما هو القانون الذى يحكم توزيع قيمة صدفية ما . وهذا أمر يساعدنا ، إلى حد كبير ، فى التنبؤ بنتائج كل شكل أو صورة من صور أى أعمال سنقوم بها .

مثـال :

إذا قلنا أن احتمال حدوث إصابة مباشرة فى هدف صغير المقاييس عند

ضرب طلقة واحدة يساوى ٦, . فإن ذلك معناه أنه لا يمكننا أن نجزم مسبقا بنتيجة ضرب طلقة واحدة ، وكل ما يمكننا الجزم به أننا قد نحصل على نتيجتين متضادتين تماما ألا وهما : إصابة ، أو لا إصابة . ولكن إذا ما كنا سنطلق عشرة صواريخ متشابهة (من نوع واحد) على عشرة أهداف متشابهة أيضاً فمن الممكن القول إلى درجة معقولة من الدقة بأن حوالى ستة أهداف من العشرة ستصاب ، وأن حوالى أربعة أهداف منها قد لا تصاب . وعند إطلاق مائة صاروخ فإن النتيجة ستكون أقرب ما يكون من النسبة ٦٠ : ٤٠ وهكذا.

ومن ذلك يتضح أن هذه النظرية تعطينا قيمة للاحتمال تزداد اقترابا من الواقع كلما زاد عدد التجارب التى تجرى ، إلى أن نصل إلى مستوى التنبؤ بها ، كما يتضح أن استخدام نظرية الاحتمالات يعتبر ناجحا إذا ما كان عدد التجارب كبيراً جداً .

وفى ميدان التكتيك تطبق قاعدة الجماعية أو الحشد Mass character بتكرار العمل الواحد عدداً كبيراً من المرات بواسطة وحدة فرعية صغرى أو عنصر منها . هذا وعلى المستوى التعبوى تطبق هذه القاعدة بإشراك عدد كبير من الواحدات الفرعية المتماثلة ، والوسائل القتالية المتشابهة فى العملية ، وتكرار هذه العملية عدة مرات .

هذا وسنتحدث بإفاضة عن استخدام نظرية الاحتمالات لكل حالة من الحالات على حدة فى الفصول المقبلة .

الأسس العامة لاستخدام الطرق الرياضية

قال أحد الحكماء :

« أن معرفة شيء ما تتطلب دراسته من جميع جوانبه ، وعلاقته بالأشياء الأخرى ، وهو أمر بعيد المنال ، ولكن هذه الدراسة تمكننا من تجنب الخطأ وفقدان الحس والحركة » .

ونتيجة استخدام الطرق الرياضية لا يمكننا أن نلم إلماما كاملا بكل جوانب الظاهرة موضوع الدراسة لأن بعض هذه الجوانب لا يمكن التعبير عنه رياضياً . فالدراسة الرياضية تختص بالتقويم الكمى فقط ، فى حين لكل ظاهرة جوانبها الكمية والكيفية على حد سواء . ومن هنا يتضح أن الدراسة الرياضية وحدها لن تصل بنا إلى نهاية المطاف ولن تمكننا من تنفيذ المهمة تنفيذاً كاملا .

إن التحليل الكامل للنوع (الصفة quality) يصبح ممكنا إذا أمكننا بالطرق الكمية تحليل كل خاصية من خواص الشيء أو الظاهرة . وفى الوقت الحاضر لا يمكننا القول بإمكانية التحليل الشامل للكيف (أو الصفة) ، فكثير من جوانب الظواهر المختلفة — وخاصة الاجتماعية منها — لا يمكن التعبير عنها بالأرقام .

ولذلك فالنتائج التى حصلنا عليها نتيجة للدراسة لا تعتبر قانوناً لا يقبل الجدل وإنما تعتبر أساساً يمكن الاعتماد عليه إلى حد كبير فى اتخاذ القرارات ، التى تعتبر نتائج جهد مراكز القيادة والقادة . ففى الوقت الحاضر عند اتخاذ أى قرار يجب على القادة والقيادات ، بالإضافة إلى البيانات التى تم الحصول عليها بالطرق الرياضية والاستنتاجات التى تم الحصول عليها بالدراسة المستفيضة ، مراعاة عوامل أخرى كثيرة حتى يصبح القرار سليما . بل إن القائد يفرض شخصيته عادة فى اختيار العوامل الرئيسية والعوامل الثانوية التى تم دراستها عند اتخاذ القرار .

وسيتضح لنا من الأمثلة العديدة التى سنسوقها فى الأبواب والفصول المقبلة

عن استخدام الطرق الرياضية أن الحصول على دلائل مثالية يتطلب ، أحياناً ، حسابات كثيرة وطويلة أو تجارب طويلة ، فى حين يعتبر الوقت عاملا حاسماً فى العمليات الحربية الحديثة . ولذلك يرتبط توسيع نطاق استخدام الطرق الرياضية فى القوات المسلحة باستخدام الأجهزة الحاسبة القادرة على حل المسائل الرياضية فى أزمنة متناهية فى الصغر .

ولكن يجب أن لا يسيطر على مفهومنا أن عدم وجود الآلات الحاسبة الألكترونية يعنى عدم استخدام الطرق الرياضية فى الأعمال الحربية . ففى بعض الحالات يمكن عن طريق الحسابات البسيطة والدراسة الرياضية المبسطة للموقف الحصول على استنتاجات عظيمة تحقق لنا أحسن استخدام لوسائل القتال المتوفرة ، فى الوقت الذى لن تضيف فيه الآلات الحاسبة الألكترونية إلى هذه الاستنتاجات إلا النذر اليسير . ولذلك يجب أن لا نهمل الحسابات التقريبية التى نجريها فى المواقف الحربية المختلفة ، بل يجب دراستها ، وأن نكون قادرين على أدائها يدوياً ، وتطويرها بعمل الجداول والرسومات البيانية والنوموجرامات التى نعدها مسبقاً ، سواء بالطرق الرياضية العادية أو بالاستعانة بالآلات الحاسبة الألكترونية . ومن أمثلة ذلك الجداول التى يعدها رجال المدفعية لحساب العديد من المعاملات .

إن استخدام الطرق الرياضية يساعد القادة ومراكز القيادات على الوصول إلى أحسن استخدام للوسائل القتالية المتيسرة فى الأعمال القتالية ، والوصول إلى حلول مقترحة مثلى لهذا الاستخدام ، والتنبؤ بنتائج المواقف المختلفة ، وبالتالى اتخاذ القرارات السليمة .

هذا وتستخدم الطرق الرياضية على نطاق واسع فى تقدير الفاعلية القتالية والاقتصادية للأسلحة المختلفة ، كما تستخدم على نطاق واسع فى أعمال القادة والقيادات عند التحضير ووضع خطة التدريب على القتال وخاصة المباريات الحربية والمشروعات ، ولذلك يجب على القادة والضباط أن يلموا ولو الماماً عاماً باستخدام الطرق الرياضية المتيسرة فى الوقت الحاضر

الباب الثانى

استخدام نظرية الاحتمالات فى العمل الحربى

عناصر نظرية الاحتمالات :

إن نظرية الاحتمالات علم رياضى يدرس القوانين القياسية للظواهر التى تخضع للمصادفة ، والظاهرة الصدفية هى تلك الظاهرة التى تحدث بصورة مختلفة كلما قررنا التجربة التى قد تظهر نتيجة لها .

والأعمال القتالية تعتبر مثالا دقيقاً للظواهر الصدفية ، لأنها تحدث بصور مختلفة بغض النظر عن تكرارها . والمفاهيم الرئيسية لنظرية الاحتمالات هى:

- التجربة والنتيجة أو الناتج .
- احتمال الناتج .
- القيمة الصدفية .

الناتج :

هو كل حقيقة قد تحدث أو لا تحدث نتيجة تجربة ما .

احتمال الناتج :

هو القياس العددى لإمكان حدوث ناتج ما .

وللمقارنة بين النواتج المختلفة من حيث إمكانية ظهورها يجب تحديد وحدة للقياس .

ولقد اصطلح على أن تكون هذه الوحدة هى الناتج المؤكد الحدوث ، أى ذلك الناتج الذى سيحدث حتما عند إجراء التجربة . فإذا اعتبرنا أن احتمال ظهور الناتج المؤكد يساوى الواحد الصحيح فإن احتمال ظهور النواتج الأخرى سيكون أقل من الواحد الصحيح . والناتج المضاد للناتج المؤكد هو

الناتج (الحادثة) المستحيل الحدوث ، واحتمال هذا الناتج يساوى صفراً .

وعلى ذلك فالحيز الذى تتغير فيه احتمالات النواتج المختلفة هو من صفر إلى واحد صحيح . فإذا أجرى عدد من التجارب وظهر الناتج أ عدد م من المرات فإن الذبذبة أو الاحتمال الإحصائى لهذا الناتج يساوى :

$$ذ = \frac{م}{ن}$$

حيث ذ = ذبذبة الناتج .

م = عدد مرات ظهور (حدوث) الناتج (النتيجة) أ

ن = عدد التجارب التى أجريت .

وعندما يكون عدد التجارب كبيراً فإن الذبذبة تحاول أن تثبت حول قيمة ثابتة ، أو بتعبير أدق لن تختلف الذبذبة عن هذه القيمة إلا اختلافا بسيطا ، وهذه القيمة يطلق عليها الاحتمال .

ويستخدم الاحتمال بنجاح كبير فى التنبؤ بنتائج الأعمال القتالية وكذا فى المقارنة بين الحلول المقترحة لهذه الأعمال . فعلى سبيل المثال : إذا كان احتمال ناتج ما تحت ظروف معينة صغيرا للغاية فمن الممكن أن نعتبر ، دون ما خطأ ملموس ، أن هذا الناتج لن يظهر (يحدث) إذا ما أجرى عدد كبير من التجارب فى ظروف متماثلة . أما إذا كان احتمال ناتج ما قريباً من الواحد الصحيح فإن حدوثه (أو ظهوره) يكاد يكون مؤكداً .

والقيمة الصدفية هى تلك القيمة التى لا يمكن التنبؤ بها مسبقا عند إجراء تجربة ما . وقد تكون هذه القيم متغيرة أو مستمرة .

ومن القيم الصدفية :

— إحداثيات نقط سقوط الصواريخ والدانات .

— إحداثيات نقط المقابلة أو الاعتراض .

– عناصر (Parameter) الصاروخ فى نهاية الجزء الفعال (active) من خط المرور .

ومن القيم الصدفية المستمرة :

– عدد الإصابات عند إطلاق عدد من الصواريخ .

– عدد الأهداف الجوية الكونية التى يتم إسقاطها فى القصفة .

– عدد الشظايا الناتجة من انفجار دانة .

ومن المهام الرئيسية لنظرية الاحتمالات إيجاد احتمالات النواتج بمعلومية احتمالات نواتج أخرى ترتبط بها . وفى هذا تستخدم قاعدة جمع احتمالات وقاعدة ضربها .

قاعدة جمع الاحتمالات

مجموع ناتجين $ا_١$ ، $ا_٢$ يمثل ناتجا لتجربة ما يظهر فيها ولو ناتج واحد منهما . وتعتبر النواتج متنافرة إذا كان من المستحيل ظهور ناتجين منها معاً أى فى وقت واحد عند إجراء تجربة ما .

واحتمال مجموع عدة نواتج متنافرة يساوى مجموع احتمالات ظهور كل منها على حدة ، أى أن :

$$ح(ا_١ + ا_٢ + \cdots + ا_ن) = ح(ا_١) + ح(ا_٢) + \cdots + ح(ا_ن) .$$

حيث

$ح(ا_١ + ا_٢ + \cdots + ا_ن)$ هو احتمال مجموع عدة نواتج متنافرة أى ظهور الناتج $ا_١$ أو $ا_٢$ أو $ا_ن$.

$ح(ا_١)$ ، $ح(ا_٢)$ ، $ح(ا_ن)$ هى احتمالات ظهور كل ناتج فيها .

ويطلق على ناتجين متنافرين أنهما ناتجان متضادان إذا تحتم ظهور أحدهما عند إجراء تجربة ما . فعند ضرب طلقة ما يتحتم حدوث إصابة في الهدف أو لا إصابة . وفي هذه الحالة يرمز للناتج المضاد للناتج ا بالرمز $\bar{ا}$

أمثلة للنواتج المتضادة :

— إنفجار وتكذيب لدانة .

— إسقاط وعدم إسقاط طائرة .

ولما كان مجموع احتمالي ناتجين متضادين ا + $\bar{ا}$ يعتبر ناتجا مؤكداً ، إذ لا بد أن يحدث أى منهما ، فإن : ح (ا) + ح ($\bar{ا}$) = ١

قاعدة ضرب الاحتمالات

إن ضرب عدة نواتج يعطينا ناتجا يعني ظهور هذه النواتج المضروبة كلها معاً في وقت واحد . ولتوضيح ذلك من الممكن أن يحدث مايلي عند إطلاق طلقة واحدة من مدفع :

— مراقبة طويلة ويمين، أى أن الطلقة سقطت أبعد من الهدف وجهة اليمين بالنسبة للمراقب .

ويطلق على ناتجين (أو حادثتين) أنهما ناتجان مستقلان إذا كان ظهور (حدوث) أحدهما لا يؤثر على احتمال ظهور الآخر .

واحتمال ضرب عدة نواتج مستقلة يساوى حاصل ضرب احتمالات هذه النواتج أى أن :

ح ($ا_١$ ، $ا_٢$ ، ... ، $ا_ن$) = ح ($ا_١$) × ح ($ا_٢$) × ... × ح ($ا_ن$) .

وفي الحياة العملية تستخدم قاعدتا الجمع والضرب معاً ، وفي هذه الحالة يتم إيجاد احتمال الحادثة أو الناتج بإيجاد مجموع عدة نواتج مستقلة كل منها

يعتبر بدوره حاصل ضرب عدة نواتج ، وفيما يلى عدة أمثلة لذلك :

مثال رقم ١ :

أطلق ثلاثة صواريخ على هدف واحد ، وكان احتمال حدوث إصابة مباشرة فى الهدف بالنسبة لكل صاروخ ح_1 ، ح_2 ، ح_3 .

أوجد احتمال الحصول على إصابة ولو واحدة فقط .

الحـل :

لندرس حالة ظهور ناتج ا وهو حدوث إصابة واحدة فى الهدف فهذا الناتج يتكون من عدة نواتج مستقلة هى :

— حدوث إصابة بالنسبة للصاروخ الأول ، ولا إصابة بالنسبة لكل من الثانى والثالث .

— حدوث إصابة بالصاروخ الثانى ، ولا إصابة بالنسبة للأول والثالث.

— حدوث إصابة بالصاروخ الثالث ، ولا إصابة بالنسبة للأول والثانى .

وعلى ذلك فإن الناتج ا يساوى :

$$\text{ا} = \text{ا}_1 \times \bar{\text{ا}}_2 \times \bar{\text{ا}}_3 + \bar{\text{ا}}_1 \times \text{ا}_2 \times \bar{\text{ا}}_3 + \bar{\text{ا}}_1 \times \bar{\text{ا}}_2 \times \text{ا}_3$$

وباستخدام قاعدتى جمع وضرب الاحتمالات نحصل على :

$$\text{ح}(\text{ا}) = \text{ح}(\text{ا}_1) \times \text{ح}(\bar{\text{ا}}_2) \times \text{ح}(\bar{\text{ا}}_3) + \text{ح}(\bar{\text{ا}}_1) \times \text{ح}(\text{ا}_2) \times \text{ح}(\bar{\text{ا}}_3) + \text{ح}(\bar{\text{ا}}_1) \times \text{ح}(\bar{\text{ا}}_2) \times \text{ح}(\text{ا}_3) .$$

$$= \text{ح}_1 (١ - \text{ح}_2)(١ - \text{ح}_3) + (١ - \text{ح}_1)\text{ح}_2(١ - \text{ح}_3) + (١ - \text{ح}_1)(١ - \text{ح}_2)\text{ح}_3$$

فإذا فرضنا أن احتمال الإصابة بالنسبة للصاروخ الواحد يساوى ٠,٤ فإن احتمال الحصول على حتى إصابة واحدة بضرب الثلاثة الصواريخ يساوى:

$$\text{ح}(\text{ا}) = ٠{,}٤ \times ٠{,}٦ \times ٠{,}٦ + ٠{,}٦ \times ٠{,}٤ \times ٠{,}٦ + ٠{,}٦ \times ٠{,}٦ \times ٠{,}٤ = ٣ \times (٠{,}٤ \times ٠{,}٦ \times ٠{,}٦) = ٠{,}٤٣٢$$

مثال رقم ٢ :

حدثت معركة جوية بين طائرة مقاتلة وقاذفة قنابل وخلال المعركة قامت الطائرة المقاتلة بالهجوم مرتين على القاذفة .

فإذا كان احتمال إصابة القاذفة فى الهجوم الأول $ح_{١}^{١} = ٠,٢$ ، وإذا لم تصب القاذفة فى الهجوم الأول فإنها ستنجح فى فتح نيرانها على المقاتلة ، واحتمال نجاحها فى إصابة الأخيرة يساوى $ح_{٢} = ٠,٣$ ، وإذا لم تنجح القاذفة فى إسقاط المقاتلة فى هذه الحالة فستقوم المقاتلة بأداء الهجوم الثانى ، وإذا كان احتمال إسقاط القاذفة فى هذه الحالة يساوى $ح_{١}^{٢} = ٠,٤$ ، فما هو احتمال سقوط كل من القاذفة والمقاتلة فى مثل هذه المعركة .

الحل :

سنرمز لسقوط القاذفة بالرمز $ا_{١}$ ولسقوط المقاتلة بالرمز $ا_{٢}$. وعليه يمكن اعتبار الناتج $ا_{١}$ (سقوط القاذفة) هو مجموع ناتجين مستقلين :

سقوط القاذفة = سقوطها فى الهجوم الأول + سقوطها فى الهجوم الثانى.

$$ا_{١} = ا_{١}^{١} + ا_{١}^{٢}$$

والناتج $ا_{١}^{٢}$ (سقوط القاذفة فى الهجوم الثانى) عبارة عن حاصل ضرب ثلاث نواتج هى :

عدم سقوط القاذفة فى الهجوم الأول ، وعدم سقوط المقاتلة فى الهجوم الأول ، وسقوط القاذفة فى الهجوم الثانى .

وعليه فحسب قاعدة ضرب الاحتمال يكون :

$$ح(ا_{١}^{٢}) = (١ - ح_{١}^{١})(١ - ح_{٢})ح_{١}^{٢}$$

$$= ٠,٨ \times ٠,٧ \times ٠,٤ = ٠,٢٢٤$$

وعليه فاحتمال سقوط القاذفة نتيجة للهجومين :

$$٠,٢ + ٠,٢٢٤ = ٠,٤٢٤$$

والناتج $أ_٢$ (سقوط المقاتلة) هو حاصل ضرب ناتجين هما :

عدم سقوط القاذفة فى حالة الهجوم الأول ونجاح القاذفة فى إصابة المقاتلة خلال هذا الهجوم .

وعليه فاحتمال سقوط المقاتلة يساوى :

$$(١ - ح'_١)\,ح_٢ = ٠,٨ \times ٠,٣ = ٠,٢٤$$

مثال رقم ٣ :

يوجد لدينا ثلاث صواريخ من النوع رقم ١ وثلاث من النوع رقم٢ . ستطلق على هدف واحد هذه الصواريخ ، الأول من النوع رقم ١ متبوعا بالثانى وهو من النوع رقم٢ وهكذا . وبمجرد الحصول على إصابة فى الهدف سنوقف الضرب ، وكان احتمال إصابة الهدف عند إطلاق صاروخ واحد من النوع الأول يساوى :

$ح_١ = ٠,١$ ، ومن النوع الثانى يساوى $ح_٢ = ٠,٢$ ، فما هو احتمال عدم استهلاك كل الصواريخ ؟

الحل :

فى هذه الحالة ندرس ناتجين متضادين :

الأول $أ'$ ويتم فيه استهلاك كل الصواريخ وفى هذه الحالة يمكن أن يحدث أن نطلق الخمسة الصواريخ الأولى دون الحصول على إصابة واحدة فى الهدف ، وعليه فإن :

$$ح(أ') = (١ - ح_١)^٣ (١ - ح_٢)^٢ = (١ - ٠,١)^٣ (١ - ٠,٢)^٢ = ٠,٤٦٦$$

واحتمال عدم استهلاك جميع الصواريخ يساوى :

$$ح(أ) = ١ - ح(أ') = ١ - ٠,٤٦٦ = ٠,٥٣٤$$

قوانين توزيع القيم الصدفية

يعتبر القانون التوزيعي (distributive law) للقيمة الصدفية هو العلاقة بين القيم الممكنة لها واحتمالات هذه القيم . ويوضح الجدول التالي مثل هذه العلاقة :

س	س١	س٢	س٣	...	سن
ح	ح١	ح٢	ح٣	...	حن

في الخانة الأفقية الأولى توجد القيم التي يمكن أن تأخذها القيمة الصدفية س، أما الخانة الثانية فتوضح احتمالات هذه القيم .

وقانون التوزيع للقيمة الصدفية يساعدنا على دراستها دراسة كاملة ، كما يساعدنا على التنبؤ بنتائج كل تجربة .

وإذا ما رسمنا خطاً بيانياً لتوزيع هذه القيمة الصدفية المتغيرة فسنجده على شكل متعدد الزوايا multangular — شكل ٦ — يطلق عليه التوزيع المتعدد الزوايا (multangular distribution) .

مثال رقم ٤ :

سيتم إطلاق عدد من الصواريخ على هدف ما إلى أن نحصل على إصابة مباشرة فيه ، واحتمال الحصول على إصابة عند إطلاق صاروخ واحد يساوي ح ، والقيمة الصدفية س تمثل عدد الصواريخ التي يتم إطلاقها . ماهو القانون التوزيعي للقيمة الصدفية ؟

الحل :

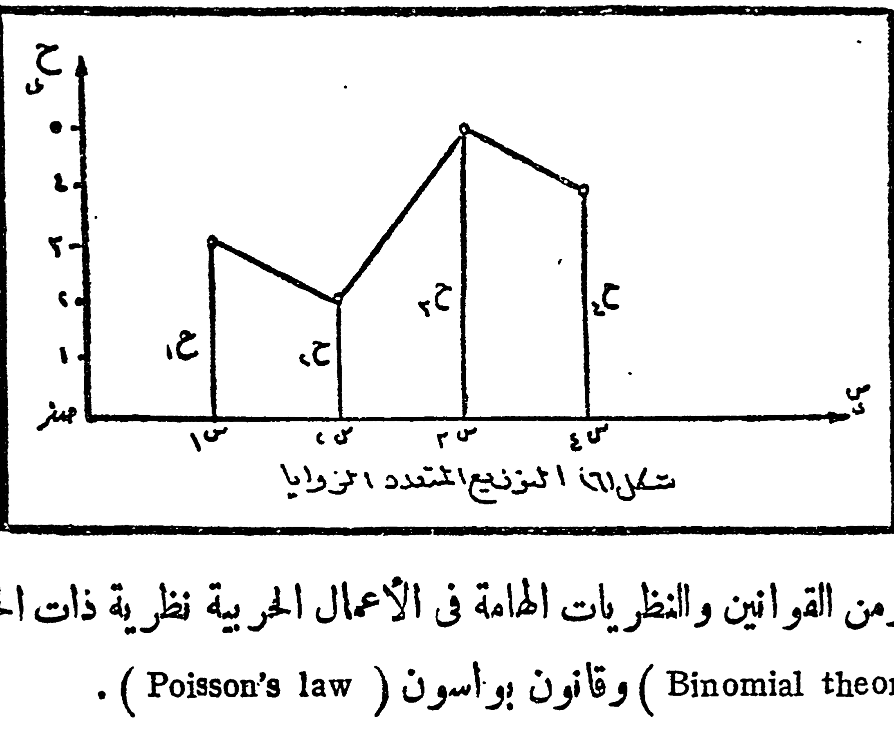
القيم الممكن أن تتخذها القيمة س هي ١ ، ٢ ، ٣ ... الخ .

ولكي تتخذ القيمة س الرقم ١ لا بد أن نحصل على إصابة مباشرة من

الصاروخ الأول ، واحتمال ذلك يساوى ح . ولكى تتخذ القيمة س الرقم ٢ لا بد أن لا تحدث إصابة بالنسبة للصاروخ الأول وتحدث إصابة بالنسبة للصاروخ الثانى ، واحتمال ذلك يساوى (١ - ح) × ح وهكذا ، ويمكن تصوير القانون التوزيعى لهذه القيمة على شكل جدول كما يلى :

س	١	٢	٣	...	ن
ح	ح	(١ - ح) ح	(١ - ح)^٢ × ح	...	(١ - ح)^ن-١ × ح

والقانون التوزيعى المتحصل عليه يسمح لنا بأن نحكم حكماً دقيقاً على احتمال حدوث إصابة من صاروخ بعد إجراء أعداد مختلفة من الإطلاق . فإذا كان الاحتمال ح = ٠,٢ ، فإن احتمال الحصول على الإصابة المباشرة الأولى بالصاروخ الثانى يكون (١ - ح) ح = (١ - ٠,٢) × ٠,٢ = ٠,١٦ واحتمال الحصول على الإصابة المباشرة الأولى بالصاروخ الرابع يساوى (١ - ح)^٣ × ح = (١ - ٠,٢)^٣ × ٠,٢ = ٠,١ أى نصف قيمة الاحتمال الخاص بالحصول على الإصابة بالصاروخ الأول .



شكل (٦١) التوزيع المتعدد الزوايا

ومن القوانين والنظريات الهامة فى الأعمال الحربية نظرية ذات الحدين (Binomial theorem) وقانون بواسون (Poisson's law) .

نظرية ذات الحدين :

توضح نظرية ذات الحدين توزيع العلاقة بين احتمال ظهور ناتج (حادثة) ك مرة عند إجراء عدد ن من التجارب المستقلة .

ويمكن استخدام هذا القانون فى الأمور الحربية لإيجاد عدد الإصابات المباشرة عند ضرب عدد ن من الطلقات على هدف واحد . ويتم إيجاد احتمال الحصول على عدد ك إصابة عند ضرب عدد ن طلقة (تجربة مستقلة) بالمعادلة التالية :

$$\text{ح}_{\text{ن}}(\text{ك}) = \frac{\text{ن}(\text{ن}-١)(\text{ن}-٢)\cdots(\text{ن}-\text{ك}+١)}{١\times٢\times\cdots\times\text{ك}}\ \text{ح}^{\text{ك}}\ (١-\text{ح})^{\text{ن}-\text{ك}}$$

حيث :

$\text{ح}_{\text{ن}}(\text{ك})$ = احتمال الحصول على عدد « ك » إصابة مباشرة عند إطلاق عدد ن من الطلقات على هدف واحد من وسيلة واحدة .

ح = احتمال الحصول على إصابة مباشرة عند ضرب طلقة واحدة .

وفى هذا القانون تأخذ القيمة الصدفية قيماً متغيرة هى صفر ، ١ ، ٢ ، ... ، ن . ويمكن تصوير القانون التوزيعى على شكل جدول كما يلى :

ك	صفر	١	٢	...	ن - ١	ن
$\text{ح}_{\text{ن}}(\text{ك})$	$(١-\text{ح})^{\text{ن}}$	$\text{ن ح}(١-\text{ح})^{\text{ن}-٢}$	$\frac{\text{ن}(\text{ن}-١)}{٢}\text{ح}^٢(١-\text{ح})^{\text{ن}-٢}$	...	$\text{ن ح}^{\text{ن}-١}(١-\text{ح})$	$\text{ح}^{\text{ن}}$

مثال :

إذا ما أردنا إطلاق خمسة صواريخ على قاعدة إطلاق صواريخ معادية ، وكان احتمال الحصول على إصابة مباشرة عند إطلاق صاروخ واحد يساوى ٨ر. فإن احتمال عدم الحصول على أى إصابة مباشرة إذا أطلقنا جميع

الصواريخ (ك = صفر) وكذا احتمال الحصول على إصابة مباشرة بضرب صاروخين .. إلخ سيكون كما هو موضح بالجدول التالى :

ك	صفر	١	٢	٣	٤	٥
ح ك	٠ر٠٠٠٣	٠ر٠٠٦٤	٠ر٠٥	٠ر٢١	٠ر٤١	٠ر٤٣

وبدراسة النتائج الواردة بالجدول يتضح أن احتمال عدم إصابة الهدف عند إطلاق جميع الصواريخ صغير للغاية، فى حين أن احتمال الحصول على إصابة الهدف فى هذه الحالة أكبر بكثير (٠ر٩٩٩٧) والحصول على الإصابة المباشرة الأولى محتمل بإطلاق أربعة أو خمسة صواريخ ، وهذا أكبر الاحتمالات الموجودة .

قانون بواسون Poisson's law :

يصور هذا القانون العلاقة بين احتمال ظهور ناتج (حادثة) ما عدد ك من المرات عند إجراء عدد ن من التجارب المستقلة، بفرض أن احتمال ظهور الناتج فى كل تجربة ثابت . ويعتبر هذا القانون التوزيعى distributive law سليم بالنسبة للأعداد الكبيرة جداً (ن كبيرة جداً) من التجارب والنواتج النادرة (إحتمال ظهور ناتج ما صغير) . ويمكن تصوير قانون بواسون بالمعادلة التالية :

$$\text{ح}_{\text{ن}}^{(\text{ك})} = \frac{\lambda^{\text{ك}}\ \text{هـ}^{\lambda}}{\text{ك}!}$$

$$P_{n\ (R)} = \frac{\lambda^{R}\ \acute{e}^{\lambda}}{R!}$$

حيث :

$\text{ح}_{\text{ن}}^{(\text{ك})} = P_n\ (R)$ احتمال ظهور الناتج عدد ك (أى R)

من المرات عند إجراء عدد ن (أى n) من التجارب المستقلة .

λ = ن ح (وبالرموز اللاتينية λ = nP) وفيها ن تمثل عدد التجارب ، ح احتمال ظهور الناتج عند إجراء تجربة واحدة .

! = علامة الفاكتوريال factorial أى مضروب .

وإذا مافرضنا أن ك تأخذ قيما مختلفة فمن الممكن تصوير قانون بواسون على شكل جدول كما يلى :

ك	صفر	١	٢	. . .	ك
$ح_ن$ (ك)	$هـ^{-λ}$	λ هـ$^{-λ}$	$\frac{λ^٢}{٢}$ هـ$^{-λ}$	. . .	$\frac{λ^{ك} هـ^{-λ}}{ك!}$

وسنتحدث بالتفصيل عن استخدام هذا القانون عند دراستنا لنظرية خط الانتظار (mass service) .

التوقع الرياضى أو المنتظر الرياضى

Mathematical expectation

إن التوقع الرياضى (أو المنتظر الرياضى) للقيمة الحدثية المتغيرة هو مجموع حاصل ضرب جميع قيمها الممكنة فى احتمالاتها :

$$M = X_1 P_1 + X_2 P_2 + \cdots + X_n P_n = \sum_{i=1}^{n} X_i P_i$$

حيث :

M = التوقع أو المنتظر الرياضى .

$X_1, X_2, ..., X_i$ القيم الصدفية .

$P_1, P_2, ..., P_i$ احتمال القيم الصدفية .

وبغض النظر عن أن التوقع الرياضى (المنتظر الرياضى) يعطينا معلومات أقل عن القيمة الصدفية إذا ماقورن بالقانون التوزيعى لها ، إلا أنه يعتبر خاصية رقمية هامة لها .

مثال ٥ :

سيجرى إطلاق ثلاثة صواريخ على هدف واحد ، فإذا كان احتمال الحصول على إصابة مباشرة فى الهدف بالنسبة لكل صاروخ ح١ = ٥ر٠ ، ح٢ = ٤ر٠ ، ح٣ = ٦ر٠ . فما هو التوقع الرياضى لعدد الإصابات المباشرة فى الهدف .

الحل :

التوقع الرياضى = ١ × ٥ر٠ + ١ × ٤ر٠ + ١ × ٦ر٠
= ٥ر١ إصابة .

مثال ٦ :

اشتركت ٤٠ مقاتلة فى معركة جوية ضد قاذفات القنابل للعدو أثناء إغارتها على إحدى المدن ، وكذا ٢٠ صاروخا موجها مضاداً للطائرات ، وكان احتمال إسقاط قاذفة نتيجة هجوم واحد لطائرة مقاتلة يساوى ح ط = ٦ر٠ ، واحتمال إسقاط القاذفة بصاروخ موجه م ط واحد يساوى ح س = ٨ر٠

وقامت كل مقاتلة بعمل هجوم واحد على قاذفة واحدة كما أطلقت الصواريخ المضادة للطائرات بواقع صاروخ على قاذفة مختلفة .

ماهو التوقع الرياضى لعدد القاذفات المسقطة .

الحل :

التوقع الرياضى = ٤ × ٦ر٠ + ٢٠ × ٨ر٠
= ٢٤ + ١٦ = ٤٠ قاذفة .

التشتت Dispersion

يعتبر تشتت القيم الصدفية الممكنة حول توقعها (منتظرها) الرياضى ظاهرة بالغة الأهمية فى الحياة العملية . فعلى سبيل المثال : عند إطلاق عدد من الصواريخ يجب معرفة إلى أى مدى تتجمع نقط سقوطها حول مركز الانتشار .

ويحسب تشتت القيم الصدفية بإيجاد مجموع حاصلات ضرب مربع اختلاف القيمة الصدفية عن توقعها (منتظرها) الرياضى فى احتمالاتها :

$$D = (X_1 - M)^2 P_1 + (X_2 - M)^2 P_2 + \cdots + (X_n + M)^2 P_n$$

$$\text{التشتت} = (\text{س}_1 - \text{ت})^2 \text{ح}_1 + (\text{س}_2 - \text{ت})^2 \text{ح}_2 + \cdots + (\text{س}_\text{ن} - \text{ت})^2 \text{ح}_\text{ن}$$

حيث :

D = تشتت القيم الصدفية .

س$_1$، س$_2$، . . . س$_\text{ن}$ (أى X_1 ر X_2 ر . . . ر X_n) = القيم الصدفية .

ح$_1$، ح$_2$، . . . ح$_\text{ن}$ (أى P_1 ر P_2 ر . . . ر P_n) = احتمالات ظهور القيم الصدفية .

ت = M = التوقع الرياضى للقيمة الصدفية .

الاختلاف المتوسط المربع

Main square deviation

يعتبر الاختلاف المتوسط المربع من أهم الخصائص المميزة لتشتت القيمة الصدفية . والاختلاف المتوسط المربع هو الجزر التربيعى لتشتت القيمة الصدفية أى أن :

$$\sigma = \sqrt{D} = \sqrt{(X_1 - M)^2 P_1 + (X_2 - M)^2 P_2 + \cdots + (X_n - M)^2 P_n}$$

وبالرموز العربية المقترحة :

$$\text{ف} = \sqrt{\text{م}} = \sqrt{(\text{س}_1 - \text{ت})^2\,\text{ح}_1 + (\text{س}_2 - \text{ت})^2\,\text{ح}_2 + \dots + (\text{س}_\text{ن} - \text{ت})^2\,\text{ح}_\text{ن}}$$

حيث :

ف = الاختلاف المتوسط المربع .

مثال ٧ :

أطلقت عشرة صواريخ بالستيكية من النوع الأول على مسافة واحدة . وكان اختلاف نقطة معظم الصدم عن الهدف بعد إطلاق أربعة صواريخ ١ كم ، وبعد إطلاق صاروخ واحد ٢ كم ، وبعد الإطلاق الخامس ٣ كم .

ثم أطلقت عشرة صواريخ بالستيكية من نوع آخر (النوع الثانى) على مسافة واحدة . وفى الإطلاق الأول كان الاختلاف ١ كم ، وكان الاختلاف بعد الإطلاق السادس ٢ كم ، وبعد الإطلاق الثالث ٣ كم .

أوجد التوقع الرياضى والتشتت والاختلاف المتوسط المربع للنوعين .

الحل :

إذا ما اعتبرنا أن احتمال الناتج يتناسب مع الذبذبة فمن الممكن الحصول على قوانين توزيع القيمة الصدفية — اختلافات — نوعى الصواريخ كليهما . ويمكن كتابة هذه القوانين فى جدول كما يلى :

قيمة الاختلاف بالكيلو متر		١	٢	٣
احتمالات ظهور هذه القيم	النوع الأول	٠ر٤	٠ر١	٠ر٥
	النوع الثانى	٠ر١	٠ر٦	٠ر٣

التوقع الرياضى لقيمة الاختلاف يساوى :

ت$_{١}$ = ١ × ٠ر٤ + ٢ × ٠ر١ + ٣ × ٠ر٥ = ٢ر١ كم

ت$_{٢}$ = ١ × ٠ر١ + ٢ × ٠ر٦ + ٣ × ٠ر٣ = ٢ر٢ كم

بمقارنة التوقعات الرياضية لقيمة الاختلاف يمكن القول بأنه كلما زاد عدد الصواريخ التى نطلقها من النوع الأول فإننا سنحصل على درجة دقة أعلى . ولكن بالدراسة المستفيضة للخصائص الرقمية الأخرى للقيمة الصدفية من الممكن اكتشاف خواص إيجابية بالنسبة للنوع الثانى من الصواريخ .

هذا وتشتت الاختلاف يساوى :

ا$_{١}$ = (١ − ٢ر١)^{٢} × ٠ر٤ + (٢ − ٢ر١)^{٢} × ٠ر١
+ (٣ − ٢)^{٢} × ٠ر٥ = ٠ر٨٩ كم^{٢}.

ا$_{٢}$ = (١ − ٢ر٢)^{٢} × ٠ر١ + (٢ − ٢ر٢)^{٢} × ٠ر٦
+ (٣ − ٢ر٢)^{٢} × ٠ر٣ = ٠ر٣٣٧ كم^{٢}.

والاختلاف المتوسط المربع يساوى :

ف$_{١}$ = √م$_{١}$ = √٠ر٨٩ = ٠ر٩٤٣ كم

ف$_{٢}$ = √م$_{٢}$ = √٠ر٣٣٧ = ٠ر٥٨ كم

ومما سبق يتضح أن نقط سقوط الصواريخ التى من النوع الثانى أقل تشتتا من النوع الأول ، وبالتالى يمكن القول بأن اختلاف نقطة السقوط الحقيقية عن الاختلاف المتوسط قد تكون أقل ١ر٦ مرة بالنسبة للنوع الثانى إذا ماقورن بالنوع الأول. وعليه فبما أن القيمة المتوسطة للاختلاف تكاد تكون واحدة بالنسبة للنوعين ، فمن المفضل عند إطلاق صاروخ واحد فقط استخدام النوع الثانى .

دوال التوزيع

Functions of distribution

تتميز القيمة الصدفية المستمرة بأن لها عددا لانهائيا من القيم الممكنة ، التى تقع فى حيز معين ، ولذلك فاحتمال هذه الحقيقة ، وهى أن القيمة الصدفية قد تتخذ قيمة محدودة ، يساوى صفراً ، ولتقويم توزيع احتمالات القيمة الصدفية يستخدم مانسميه احتمال اللامتساوية ويرمز له ح(سـ <س) حيث:

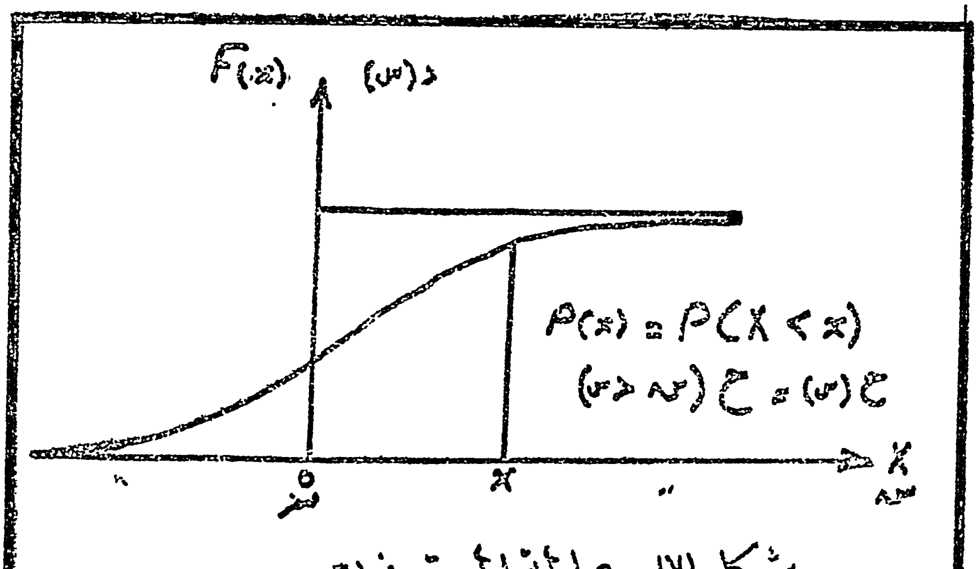
س = المتغير الجارى .

واحتمال اللامتساوية ح (سـ <س) يعنى احتمال الحقيقة القائلة بأن القيمة الصدفية سـ تأخذ قيمة أقل من قيمة مفروضة س أى أن :

د (س) = ح(سـ <س) .

ويتوقف الاحتمال فى هذه اللامتساوية على س× ، التى يطلق عليها دالة التوزيع Function of distribution والدالة الهندسية للتوزيع Geometrical function of distribution يمكن تفسيرها كما يلى :

د (س) هى احتمال أن تأخذ القيمة الصدفية المستمرة إحدى القيم التى تقع على المنحنى يسار النقطة × (شكل ٧) .



شكل (٧) دالة التوزيع

ويطلق على دالة التوزيع تعبير قانون تكامل التوزيع .

وتتلخص الخصائص الرئيسية لدالة التوزيع فيما يلى :

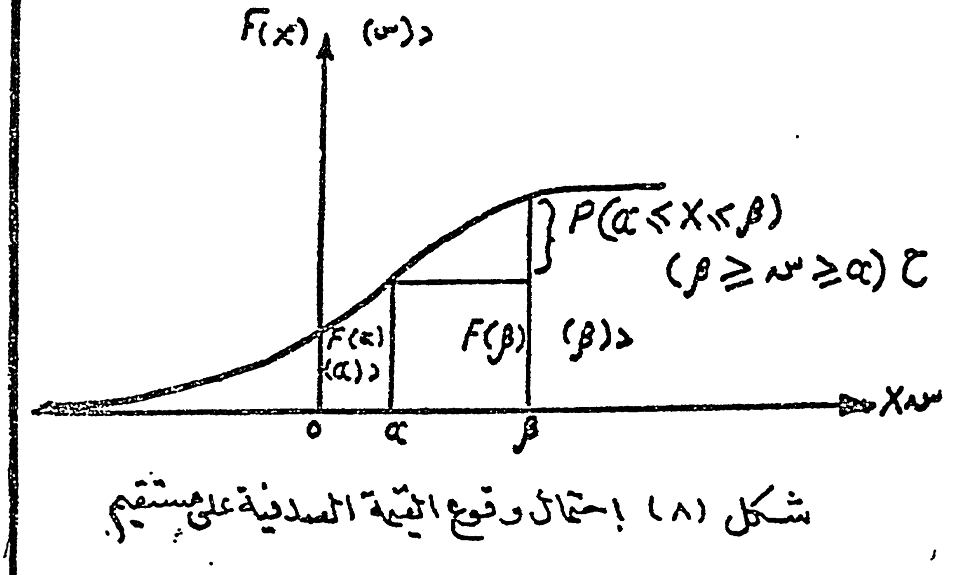
— الدالة د (س) دالة مالانهاية السالبة للتوزيع تساوى صفراً .أى أن :

د (— ∞) = صفر .

— دالة ما لا نهاية الموجبة تساوى الواحد الصحيح .

د (+ ∞) = ١

عند حل المسائل العملية يجب إيجاد احتمال اتخاذ القيمة الصدفية قيمة تقع فى حدود معينة من ا إلى ب ، ومعنى ذلك هندسياً أن النقطة ، التى تساوى إحداثياتها القيمة الصدفية ، تقع على المستقيم ا ب (شكل ٨) .



شكل (٨) إحتمال وقوع القيمة الصدفية على مستقيم

وينتمى إلى مثل هذه المسائل عدد كبير من المهام التى تتميز بطبيعة حربية، مثل الضرب للتأثير على العدو بالأنواع المختلفة من الذخيرة .

إن احتمال وقوع القيمة الصدفية على مستقيم ما يساوى الفرق بين دوال التوزيع على هذا المستقيم :

ح(ا ≤ س ≤ ب) = د (ب) — د (ا) .

حيث :

ح (ا $\leq$ سہ $\leq$ ب) احتمال وقوع القيمة الصدفية على المستقيم ا ب

(ب) ، د (ا) قيم دوال التوزيع في النقطتين ب ، ا .

كثافة التوزيع

Density of Distribution

كثافة التوزيع (أو تفاضل دوال التوزيع) هي النهاية التي تؤول إليها العلاقة بين احتمال وقوع القيمة الصدفية على المستقيم وطول هذا المستقيم ، عندما يقترب طول هذا المستقيم من الصفر :

$$د (سہ) = \lim_{سہ \to صفراً} \frac{د (سہ - \triangle سہ) - د (سہ)}{\triangle سہ}$$

حيث :

د (سہ) = كثافة التوزيع .

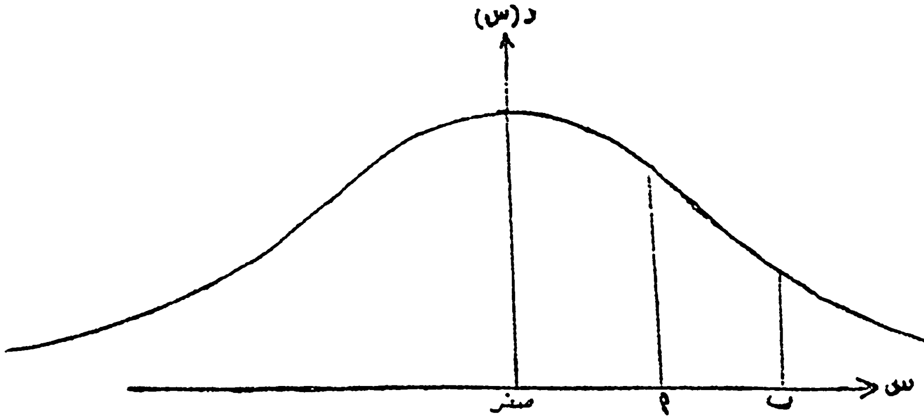
د (سہ) = دالة التوزيع .

وعلى ذلك يمكن كتابة المعادلة التالية :

$$د (سہ) = د^{\prime} (س) = \frac{ك \geq}{ك س}$$

أي أن كثافة التوزيع تساوي المشتق من دالة التوزيع (شكل ٩) .

ومن هذه العلاقة يمكن إيجاد احتمال وقوع القيمة الصدفية على المستقيم ب ا .



شكل (٩) كثافة التوزيع

القانون الطبيعي للتوزيع

قانون جاوس

يقابلنا قانون جاوس كثيراً عند حل المسائل الحربية . فجميع المسائل الخاصة بنظرية ضرب المدفعية ، وقذف القنابل ، وفاعلية الاستطلاع الخ كلها تعتمد على قانون التوزيع الطبيعي، ويعتبر هذا القانون هو القانون الذى تقترب منه جميع قوانين التوزيع إذا ما تشابهت الظروف والأحوال .

ويتميز قانون جاوس بكثافة الاحتمال :

$$د(س) = \frac{ر}{ى\sqrt{ط}} هـ^{-\frac{ر^{٢}}{ى^{٢}} س^{٢}}$$

حيث :

د (س) كثافة الاحتمال

ط = ٠,٤٧٧ معامل ثابت لقانون التوزيع الطبيعي

ى الاختلاف المحتمل

الاختلاف المحتمل (أو الاختلاف المتوسط) يساوى نصف طول قطاع احتمال الحصول على إصابة مباشرة فيه يساوى ٥٠٪

والاختلاف المحتمل لهذا القانون يرتبط بالاختلاف المتوسط المربع بالعلاقة التالية :

$$ى = ر \sqrt{٢} ع = ٠,٦٧٤ ع$$

$$ى = ر \sqrt{٢} ع = ٠,٦٧٤$$

حيث :

ع = الاختلاف المتوسط المربع

احتمال وقوع القيمة الصدفية على مستقيم :

إن احتمال وقوع القيمة الصدفية ، التى تخضع للقانون الطبيعى ، على مستقيم ما يساوى الفرق بين قيم التوزيع ، ويطلق على هذه القيم معاملات لابلاس ، وعلى ذلك فإن :

$$ح(ا \le س \le ب) = \frac{١}{٢}\left[د\left(\frac{ب}{ى}\right) - د\left(\frac{ا}{ى}\right) \right]$$

حيث :

د (س) = المعامل المفروض للابلاس .

ويبين الجدول رقم (٢) بعض هذه القيم :

س	د(س)	س	د(س)	س	د(س)
صفر	صفر	٠,٥	٠,٢٦٤	٣,٠	٠,٩٥٧
٠,١	٠,٠٥٤	١,٠	٠,٥٠٠	٤,٠	٠,٩٩٣
٠,٢	٠,١٠٧	١,٥	٠,٦٨٨	٤,٥	٠,٩٩٨
٠,٣	٠,١٦٠	٢,٠	٠,٨٢٣	٥	٠,٩٩٩
٠,٤	٠,٢١٣	٢,٥	٠,٩٠٨		

فإذا كان طول المستقيم ل ، وكان مركز الانتشار ينطبق على منتصف هذا المستقيم ، فإن احتمال وقوع القيمة الصدفية على هذا المستقيم ، أو وقوعه فى قطاع لانهائى عرضه ل يساوى :

$$\text{ح} = \text{د} \left(\frac{\text{ل}}{\text{٢ ى}} \right)$$

وبواسطة هذه المعادلة وباستخدام بيانات الجدول رقم (٢) يمكن حساب احتمال وقوع القيمة على الأجزاء المتتالية من المستقيم طول كل منها يساوى ى مقاسه من المنتصف كما هو موضح فى الجدول التالى :

المسافة من مركز الانتشار بالقيم ى	ى	٢ ى	٣ ى	٤ ى
الاحتمال ٪	٠,٢٥	٠,١٦	٠,٠٧	٠,٠٢

وعلى ذلك فالقيمة الصدفية ، التى تخضع للقانون الطبيعى ، تنحرف عن مركز الانتشار بما لا يزيد على أربعة اختلافات محتملة .

احتمال وقوع القيمة داخل مستطيل :

إذا كان مركز الانتشار ينطبق على مركز المستطيل (شكل ١٠) فإن احتمال وقوع القيمة داخله يساوى :

$$\text{ح} \left[\text{د} \left(\frac{\text{ا}}{\text{٢ ى}} \right) \text{د} \left(\frac{\text{ب}}{\text{٢ ى}_{\text{ص}}} \right) \right]$$

حيث :

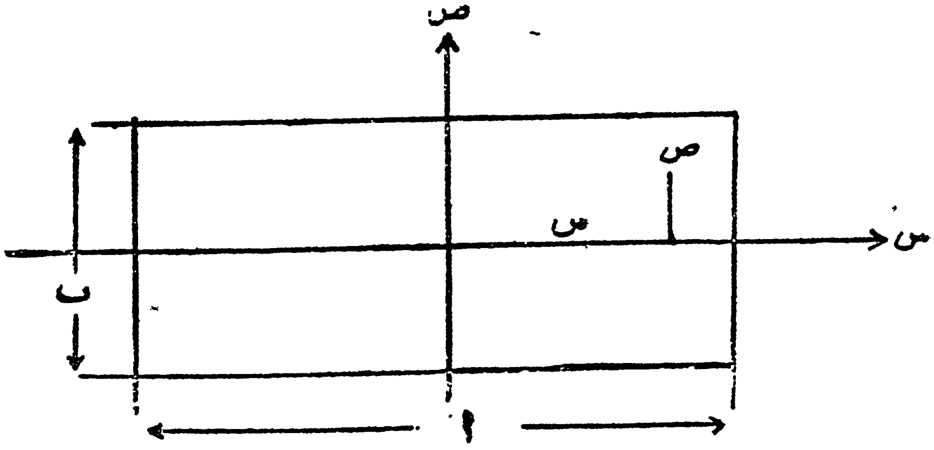
ح = احتمال وقوع القيمة فى المستطيل

ا ، ب = مقاييس المستطيل (الطول والعرض) .

$\text{ى}_{\text{س}}$ ، $\text{ى}_{\text{ص}}$ = الاختلافات المحتملة فى اتجاه المحور س والمحور ص (المحوران الموازيان لضلعى المستطيل) .

مثال ٨ :

سيطلق صاروخ على منطقة هبوط للطائرات مقاييسها ٢٠٠٠ × ٨٠م٢ وكان انتشار الصواريخ دائرياً ويحكمه الاختلاف المحتمل ١٥٠ مترا . أوجد احتمال سقوط الصارخ فى أرض الهبوط (المستطيل) .



(شكل ١٠)

الحـــل :

بالتعويض عن القيم الواردة فى المعادلة السابقة نحصل على :

احتمال سقوط الصاروخ فى القطاع = د $\left(\frac{٢٠٠٠}{٢ \times ١٥٠}\right)$

× د $\left(\frac{٨٠}{٢ \times ١٥٠}\right)$ = د (٦,٧) × د (٠,٢٧) = ١ × ٠,١٥ = ٠,١٥

احتمال وقوع القيمة فى بيضاوى الانتشار :

كثيراً ما يتطلب الأمر دراسة نظام من القيم التى تخضع لقانون المصادفة (التى أطلقنا عليها القيم الصدفية ، وفى بعض المراجع أطلقنا عليها القيم الحدثية) . وفى حالة وجود قيمتين مستقلتين يمكن القول بأن ميدان الحصول عليها هو المستوى ، أى أنهما يقعان فى مستوى .

وإذا كانت القيم الصدفية تخضع للقانون الطبيعي للانتشار فإن جميع القيم الممكنة لقيمتين صدفيتين مستقلتين تنتشر بحيث تقع جميعها فى بيضاوى نطلق عليه بيضاى الانتشار .

وعادة نقسم هذا البيضاوى إلى نوعين :

بيضاوى الوحدة ، والبيضاوى الكامل .

بيضاوى الوحدة :

هو ذلك البيضاوى الذى فيه يتساوى محوراه مع الاختلافين المحتملين الرئيسيين ، ومعادلة هذا البيضاوى تأخذ الشكل التالى :

$$\frac{س^{2}}{ى^{2}} + \frac{ص^{2}}{ى^{2}} = ١$$

البيضاوى الكامل :

هو بيضاوى كل محور من محوريه يساوى أربعة أمثال الاختلاف المحتمل الرئيسى ، ومعادلته تأخذ الشكل التالى :

$$\frac{س^{2}}{(٤ ى)^{2}} + \frac{ص^{2}}{(٤ ى)^{2}} = ١$$

ويشتمل البيضاوى الكامل على كل الانتشار الذى يحدث فى المستوى الواحد ، لأن احتمال وقوع النقطة خارج حدوده يكون صغيراً جداً (حوالى ٠٫٠٢) ، هذا وإذا تساوى الاختلافان الرئيسيان المحتملان فإن البيضاوى يتحول إلى دائرة ، ويطلق على الانتشار فى هذه الحالة « الانتشار الدائرى » ، وقد يحدث مثل هذا الانتشار أثناء قذف القنابل وعند إطلاق عدد كبير من الصواريخ المختلفة الأنواع .

ويمكن تصوير احتمال الحصول على إصابة مباشرة فى بيضاوى انتشار ، أنصاف محاوره تساوى ف ، بالمعادلة التالية :

$$ح = ١ - هـ^{-ف^{2} م^{2}}$$

واحتمال الحصول على إصابة مباشرة فى بيضاوى الوحدة يساوى :

$$ح = ١ - هـ^{-ر^{٢}} = ١ - هـ^{-٠,٤٧٧^{٢}} = ٠,٢٠٣$$

أما احتمال الحصول على إصابة فى البيضاوى الكامل فيساوى :

$$ح_{كامل} = ١ - هـ^{-(٤ر)^{٢}} = ٠,٩٧٤$$

ويستخدم الاختلاف القطرى المحتمل كخاصية مميزة للانتشار الدائرى.

والاختلاف القطرى المحتمل (probable radial deviation) هو نصف دائرة انتشار احتمال الحصول على إصابة مباشرة فيها يساوى ٥٠ ٪ ، ويرتبط الاختلاف القطرى بالاختلاف المحتمل ، وذلك بالعلاقة :

$$ى_{قطرى} = ١,٧٥ ى$$

التوقع (المنتظر) الرياضي للخسائر

إن التوقع الرياضى للخسائر التى يتعرض لها العدو نتيجة الأعمال القتالة لقواتنا يتوقف على الإمكانيات القتالية للأسلحة ، ويساوى متوسط عدد الوحدات القتالية للعدو التى يتم تدميرها ، ومتوسط عدد الأهداف المنفصلة التى يتم إحداث خسائر بها ... الخ .

وعند دراسة استخدام الأجهزة الطائرة (الصواريخ الباستيكية - قاذفات القنابل ... الخ) فى الضرب على الأهداف البرية يستخدم التوقع الرياضى للخسائر النسبية التى تتعرض لها مساحة الهدف كمعيار للفاعلية القتالية .

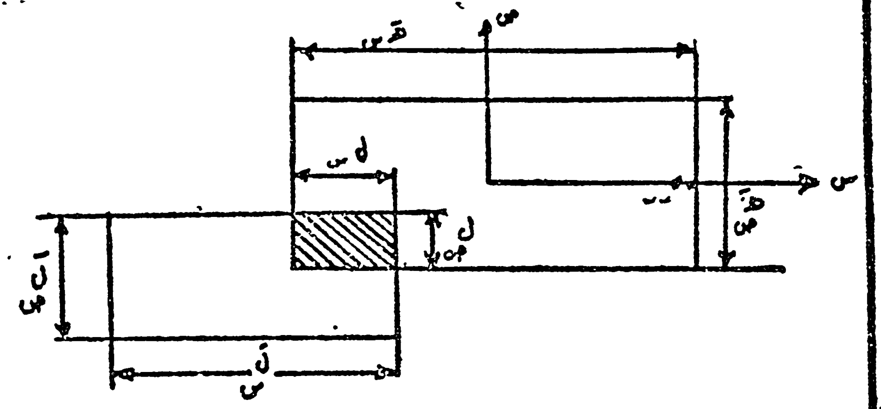
وستتغاضى - مبدئيا - عن الأعمال المضادة التى يقوم بها العدو ، والعول الفنى أو الكفاية الفنية (Technical reliability) للجهاز الطائر .

لنفرض أن المقذوفات تناثرت داخل مساحة الهدف ، وعلى ذلك يمكن اعتبار أن منطقة انتشار الانفجارات تعتبر مساحة أخرى داخل مساحة الهدف وأن مكانها يخضع لعامل المصادفة .

عند إطلاق الصواريخ أو أثناء قذف القنابل نحاول دائماً تطبيق مركز انتشار الانفجارات مع مركز الهدف ، ولكن نتيجة الانتشار تحدث اختلافات صدفية لمركز منطقة الانفجارات عن مركز الهدف ، وهذه الاختلافات تخضع للقانون الطبيعى .

والآن لنعوض عن الحدود الحقيقية للهدف ولمنطقة الانفجارات

بمستطيلين مساحة الأول $\bar{ه}_{س}$ ، $\bar{ه}_{ص}$ والثانى $\bar{ل}_{س}$ ، $\bar{ل}_{ص}$ (شكل ١١)



شكل ١١ - لإيجاد التوقع الرياضى للخسائر النسبية

والمساحة النسبية التى تغطيها الانفجارات فى الهدف أى الخسائر النسبية

$$\text{تساوى } م = \frac{\bar{ل}_{س}\ \bar{ل}_{ص}}{\bar{ه}_{س}\ \bar{ه}_{ص}} = م_{س}\ م_{ص}$$

حيث :

$م$ = الخسائر النسبية

$\bar{ل}_{س}$ ، $\bar{ل}_{ص}$ = أطوال الجزء المتداخل فى اتجاه المحورين س ، ص

$\bar{ه}_{س}$ ، $\bar{ه}_{ص}$ = مقاييس الهدف

$م_{س}$ ، $م_{ص}$ = الأطوال النسبية للتداخل فى اتجاه المحورين س ، ص

ويتم إيجاد التوقع الرياضى للخسائر النسبية التى تتعرض لها مساحة الهدف بالمعادلة $م = م_{س}\ م_{ص}$

ولما كانت المعادلة الخاصة بإيجاد $\text{م}_{\text{س}}$ ، $\text{م}_{\text{ص}}$ لها شكل ضخم ، لذلك يتم إيجاد درجة تأثير الذخيرة فى الأهداف بواسطة الأجهزة الحاسبة الالكترونية ، والجداول الخاصة والجرافات والنوموجرامات .

وتستخدم الرسومات البيانية والنوموجرامات والجداول ، التى وضعت بناء على نتائج الحسابات التى قامت بها الآلات الحاسبة الألكترونية للأهداف المعروفة لدى العدو وللوسائل الرئيسية للقتال .

وإذا كانت مساحة الهدف كبيرة بالنسبة لنصف القطر المؤثر ، وكان الانتشار دائريا ، فمن الممكن إيجاد التوقع الرياضى للخسائر النسبية بالمعادلة التالية :

$$\text{م} = \left(\frac{\text{نق}_{\text{ر}}}{\text{نق}_{\text{هـ}}} \right)^{2} \left[1 - \text{هـ}^{-\text{ر}^{2} \left(\frac{\text{نق}_{\text{هـ}} - \text{نق}_{\text{ر}}}{\text{ى}} \right)^{2}} \right]$$

حيث :

م = التوقع الرياضى للخسائر النسبية

$\text{نق}_{\text{ر}}$ = نصف القطر المؤثر

$\text{نق}_{\text{هـ}}$ = نصف قطر الهدف (نصف قطر دائرة مساحتها تساوى مساحة الهدف) .

ى = الاختلاف المحتمل .

احتمال حدوث خسائر بالهدف .

نقصد بإصابة الهدف وحدوث تأثير فيه ان الذخيرة المستخدمة قد أحدثت خسائر فى بعض العناصر المكونة له ، الأمر الذى ينتج عنه أن يفقد الهدف قدرته القتالية ولا يمكنه تنفيذ المهام المكلف بها .

ونعنى باحتمال التأثير فى إحداث تأثير وخسائر فيه تخرجه من المعركة، ولا يمكنه نتيجة هذه الخسائر متابعة التأثير فى القتال الدائر .

ويتوقف احتمال التأثير فى الهدف على نوع الذخيرة المستخدمة ، وكمية الذخيرة التى ضربت عليه ، وخاصية الانتشار لوسيلة حمل الذخيرة النووية ، ومدى التحصين الذى يتميز به الهدف .

وهذا الاحتمال يساوى احتمال حدوث إصابة مباشرة فى دائرة مساحتها تساوى مساحة الهدف ، وفى حالة الانتشار الدائرى يتم حساب احتمال حدوث التأثير المطلوب بالمعادلة .

$$\text{ح} = \text{١} - \text{هـ}^{-\text{ر}^{\text{٢}} \frac{\text{نق}_{\text{ر}}^{\text{٢}}}{\text{ى}^{\text{٢}}}}$$

حيث :

ح = احتمال حدوث التأثير المطلوب فى الهدف

ر = ٤٧٧ر٠ = معامل ثابت للقانون الطبيعى

$\text{نق}_{\text{ر}}$ = نصف قطر التأثير

ى = الاختلاف المحتمل

وسنرمز للنسبة بين نصف قطر التأثير والاختلاف المحتمل بالرمز ك

أى أن $\frac{\text{نق}_{\text{ر}}}{\text{ى}} = \text{ك}$

وفى هذه الحالة يمكن كتابة معادلة احتمال التأثير فى الهدف بالشكل التالى :

$$\text{ح} = \text{١} - \text{هـ}^{-\text{ر}^{\text{٢}}\,\text{ك}^{\text{٢}}}$$

والجدول رقم (٣) التالى يوضح احتمالات التأثير فى الهدف كنسبة مئوية وذلك تبعاً لقيم النسبة بين نصف قطر التأثير والاختلاف المحتمل التى رمزنا لها بالرمز ل .

الجدول رقم (٣)

	ل	أجزاء من عشرة									
		صفر	٠,١	٠,٢	٠,٣	٠,٤	٠,٥	٠,٦	٠,٧	٠,٨	٠,٩
أعداد صحيحة	صفر	صفر	٠,٢	١	٢	٤	٦	٨	١١	١٤	١٧
	١	٢٠	٢٤	٢٨	٣٢	٣٦	٤٠	٤٤	٤٨	٥٢	٥٦
	٢	٦٠	٦٣	٦٧	٧٠	٧٣	٧٦	٧٩	٨١	٨٣	٨٥
	٣	٨٧	٨٩	٩٠	٩٢	٩٣	٩٤	٩٥	٩٦	٩٦	٩٧
	٤	٩٧	٩٨	٩٨	٩٩	٩٩	٩٩	٩٩	٩٩	٩٩	١٠٠
	٥	١٠٠	١٠٠	١٠٠	١٠٠	١٠٠	١٠٠	١٠٠	١٠٠	١٠٠	١٠٠

مثال ٩ :

أوجد احتمال حدوث التأثير فى موقع إطلاق صواريخ بالستيكية فى العراء إذا كان نصف قطر التأثير ٢,٢٥ كم ، والاختلاف المحتمل للصاروخ ١,٥ كم .

الحـــل :

نحسب قيمة ل :

$$ل = \frac{نق_{ه}}{ى} = \frac{٢,٢٥}{١,٥} = ١,٥$$

من الجدول رقم (٣) نحصل على قيمة احتمال التأثير فى هذا الموقع وهو :

الاحتمال = ٤٠٪

مثال ١٠ :

أوجد احتمال التأثير في موقع إطلاق صواريخ بالستيكية موجود تحت الأرض إذا كان نصف قطر التأثير ١,٤ كم ، والاختلاف المحتمل للصاروخ ١,٥ كم .

الحل :

$$ل = \frac{١,٤}{١,٥} = ٠,٩٣$$

من الجدول رقم (٣) نجد أن احتمال التأثير في هذا الموقع يساوى ٣٦٪

مثال ١١ :

وجهت ضربة إلى كتيبة صواريخ موجهة مضادة للطائرات بواسطة طائرة قاذفة مقاتلة ، وكان نصف قطر التأثير ١,٥ كم ، والاختلاف المحتمل لذخيرتها يساوى ٠,١ كم . أوجد احتمال إصابة الهدف والتأثير فيه .

الحل :

النسبة بين نصف القطر والاختلاف المحتمل (ل) $= \frac{١,٥}{٠,١} = ١٥$

من الجدول (٣) نوجد احتمال التأثير في الهدف ، وسنجد أنه يساوى (ح) = ١٠٠٪

ملحوظة :

يتضح من الجدول أنه إذا كانت النسبة بين نصف قطر التأثير والاختلاف المحتمل (ل) أكبر من ٥ فإن احتمال إصابة الهدف والتأثير فيه يكون ١٠٠٪

تقويم فاعلية الأعمال القتالية

إذا أخذنا فى الاعتبار رد الفعل من جانب العدو

عند تحليل الأعمال القتالية يعتبر رد فعل العدو (أى العمل المضاد الذى يقوم به) ذا أهمية بالغة ، ويجب عند تقدير رد فعل العدو أن نفرق بين حالتين رئيسيتين :

— رد فعل العدو ويسبق الفعل موضوع الدراسة الذى نقوم بتقويم فاعليته .

— رد فعل العدو يحدث أثناء تنفيذ المهمة القتالية .

وتعتبر الحالة الأولى من الحالات البسيطة ، وذلك من وجهة النظر الرياضية ، وفى الوقت نفسه قد نقابلها كثيراً فى المواقف القتالية المختلفة . فعلى سبيل المثال عند استنباط فاعلية ضربات الطيران يجب علينا أن نضع فى الاعتبار الخسائر التى قد يحدثها العدو فى قواتنا على الأرض وفى الجو ، وعليه فلن تتمكن جميع الطائرات من توجيه ضرباتها لأهداف العدو ، إذ لا تتمكن من ذلك غير تلك الطائرات التى تصل إلى أهدافها فقط ، وهذا مثال من أمثلة رد فعل العدو السابق لعملنا .

وتتوقف حالة حساب رد فعل العدو السابق لتنفيذ المهمة القتالية على عدد الوحدات (العناصر بمعنى وحدة عددية من الأسلحة مثل طائرة أو مدفع ... الخ) القتالية التى تقوم بتنفيذ المهمة . وسنتتبع ، بادىء ذى بدء ، حالة تنفيذ المهمة بواسطة وحدة قتالية واحدة (صاروخ — طائرة — سرية مدفعية — دبابة — وحدة فرعية صغرى للمشاة) .

إن معيار أو مقياس فاعلية مهمة ما هو احتمال تنفيذها (نرمز له بالرمز W) أو التوقع الرياضى للخسائر التى يتعرض لها العدو (نرمز له بالرمز M) .

وسنرمز لاحتمال عدم تدمير الوحدة القتالية نتيجة رد فعل العدو بالرمز W_r . وسنطلق على هذا الاحتمال (في الفصول التالية من هذا الكتاب) احتمال الوصول إلى الهدف . ومن الواضح أنه كي تتمكن الوحدة القتالية (الوحدة الفرعية الصغرى) من تنفيذ المهمة المكلفة بها يجب أن تصل سليمة إلى هدفها ولا تتعرض للتدمير نتيجة رد فعل العدو . وعلى ذلك فانه لتقويم فاعلية أي عمل قتالي مع وجود رد فعل للعدو يجب أن نضرب مقياس الفاعلية المحسوب دون إدخال عامل رد فعل العدو في احتمال الوصول إلى الهدف .

فإذا رمزنا لمعيار (مقياس) الفاعلية مع وجود رد فعل العدو بالرمز W_{en} أو M_{en} فأننا نحصل على المعادلة التالية :

$$W_{en} = WW_r$$

أو

$$M_{en} = MW_r$$

مثال ١٢ :

تقوم إحدى دباباتنا بمهاجمة دبابة متخندقة للعدو . ستبدأ دبابة العدو بفتح نيرانها قبل دبابتنا . فإذا كان احتمال إصابة دبابتنا يساوى ٥ر٠ واحتمال إصابة دبابة العدو يساوى ٤ر٠ احسب معيار فاعلية دبابتنا في هذه الحالة .

الحل :

باستخدام معادلة احتمال حدوث التأثير مع وجود رد فعل العدو نحصل على :

$$W_{en} = WW_r = 0,4 \ (1 - 0,5) = 0,2$$

(وتفسير الحل أن احتمال نجاح دبابتنا في تنفيذ المهمة يساوى ٢٠ ٪ ويحدث إذا لم تنجح دبابة العدو في إصابة دبابتنا من الطلقة الأولى (احتمال

اللا إصابة فى هذه الحالة = ١ — احتمال الإصابة ، فإذا علمنا أن احتمال الإصابة ½ فإن احتمال اللاإصابة يساوى ½ أيضاً)، وبذلك يمكن لدبابتنا أن تطلق طلقتها الأولى واحتمال نجاحها فى إصابة الهدف يساوى ٤ر٠ ، إذن يمكن القول بأن احتمال نجاح دبابتنا فى تنفيذ المهمة هو ناتج مركب يحسب بقاعدة ضرب الاحتمالات (أى بضرب احتمال الإصابة من أول طلقة تضربها دبابتنا فى احتمال فشل دبابة العدو فى الإصابة من أول طلقة) .

مثال ١٣ :

ستقوم قاذفة قنابل بتوجيه ضربة إلى تجمع لقوات العدو . فإذا كان احتمال نجاح وسائل الدفاع الجوى للعدو فى إسقاط هذه الطائرة يساوى ٢ر٠ ، وفاعلية الأعمال القتالية لهذا النوع من قاذفات القنابل يمكن الحكم عليه بالتوقع الرياضى للخسائر النسبية المتوقعة وهو يساوى ٧ر٠ . فاحسب معيار فاعلية قاذفة القنابل التى ستعمل تحت ظروف رد الفعل الناتج من وسائل الدفاع الجوى للعدو .

الحل :

باستخدام معادلة التوقع الرياضى للخسائر فى ظروف رد فعل العدو نحصل على :

$$M_{en} = MW_r = 0{,}7\ (\ 1 - 0{,}2\ ) = 0{,}56$$

أى أن احتمال نجاح القاذفة فى مهمتها يساوى ٥٦ ٪ .

والآن لنستعرض حالة أخرى وهى قيام عدة وحدات قتالية (مجموعة من الدبابات — عدة وحدات فرعية للمشاة — عدد من الصواريخ — مجموعة من الطائرات) بتنفيذ المهمة القتالية .

تعتبر هذه المجموعة من الوحدات القتالية بالنسبة للوسائل المضادة للعدو هدفاً كبيراً أو بتعبير آخر ليس هدفاً فردياً .

ولتسهيل النتيجة المطلوب استنباطها سنعتبر أن الوحدات القتالية التى يتكون منها هذا الهدف ستتعرض لتأثير رد الفعل من العدو مستقلة كل عن الأخرى . وسنرمز لاحتمال تأثر كل وحدة قتالية منهـا بالرموز $W_1, W_2, W_3, \ldots, W_n$.

كما نرمز لاحتمال وصول كل وحدة منها إلى هدفها بالرموز $W_{1r}, W_{2r}, \ldots W_{nr}$.

فى هذه الحالة يمكن التعبير عن احتمال تنفيذ المهمة بواسطة هذه المجموعة من الوحدات القتالية (الهدف المجمع) بالمعادلة التالية .

$$W_{en} = 1 - (1 - W_{1r} W_1)(1 - W_{2r} W_2) \ldots (1 - W_{nr} W_n)$$

فإذا كان احتمال حدوث التأثير في الهدف المعادى بجميع الوحدات القتالية يساوى احتمال الوصول إلى الهدف تتغير المعادلة السابقة لتأخذ الشكل البسيط التالى :

$$W_{en} = 1 - (W_r W)^n$$

حيث :

W_{en} — احتمال حدوث التأثير فى الهدف المعادى بواسطة مجموعة الوحدات القتالية .

W_r — احتمال وصول كل وحدة قتالية إلى الهدف .

W — احتمال حدوث التأثير فى الهـدف بواسطة كل وحدة قتالية على حدة .

n — عدد الوحدات القتالية فى المجموعة ، وكلها من نوع واحد .

وعلى ذلك إذا كان تعرض كل وحدة قتالية لرد فعل العدو مستقلة كل عن الأخرى فلحساب رد فعل العدو يكفى ضرب مقياس فاعلية كل وحدة قتالية فى احتمال الوصول إلى الهدف ثم بعد ذلك تستخدم المعادلة السابقة .

وإذا اعتبرنا التوقع الرياضى للخسائر المنتظرة هو مقياس الفاعلية فإن معادلة التوقع الرياضى للخسائر المنتظرة فى حالة تدخل العدو تأخذ الشكل التالى :

$$M_{en} = 1 - (1 - W_{1r} M_1)(1 - W_{2r} M_2) \dots (1 - W_{nr} M_n)$$

$$M_{en} = 1 - (1 - W_r M)^n$$

مثال ١٤ :

سيقوم رف من المقاتلات القاذفة بضرب قاعدة إطلاق صواريخ تكتيكية تعبوية للعدو باستخدام الوسائل التقليدية (العادية) . فإذا كان احتمال إصابة قاعدة الإطلاق بواسطة قاذفة مقاتلة واحدة يساوى ٤ر٠ (W_{sa}) ، واحتمال إصابة القاذفة المقاتلة بواسطة وسائل الدفاع الجوى للعدو يساوى ٢٥ر٠ (W_{sa}) ، وكان الرف يتكون من أربع قاذفات مقاتلة ، احسب احتمال إصابة (تدمير) قاعدة الإطلاق إذا هاجمها الرف فى ظروف تدخل وسائل الدفاع الجوى للعدو .

الحـــل :

$$W_{en} = 1 - (1 - W_r W)^n = 1 - [1 - (1 - W_{sa}) W_{sr}]^n$$

$$= 1 - [1 - (1 - 0,25) 0,4]^4 = 1 - 0,7^4 = 0,76$$

أى أن احتمال تدمير قاعدة الإطلاق تحت الظروف المذكورة هو ٧٦٪ .

استعرضنا فيما سبق طريقة حساب رد الفعل (العمل المضاد) الذى يقوم به العدو بفرض أن رد فعل العدو يسبق العمل الذى نقوم به . ولكن كثيراً مايحدث رد الفعل هذا أثناء تنفيذ المهمة القتالية لا قبلها ، ومن الأمثلة الواضحة لذلك إدارة العمليات القتالية بواسطة القوات البرية وخاصة

وحدات وتشكيلات المشاة والدبابات . وفى هذه الحالة لا يمكن استخدام طرق الحساب التى سبق استعراضها . وأسهل الحالات لحساب رد فعل العدو أثناء سير الأعمال القتالية هى الحالة التى يعرف فيها تماما تسلسل التأثير النيرانى لكلا الطرفين . ويطلق على هذه الحالة نظام الضربات المتتالية أو نظام الضربات المنفصلة (المتفرقة) .

ويجب أن نؤكد هنا أنه فى حالة اشتراك وسائل قتالية كثيرة فى العملية يصبح التحليل الرياضى لنظام الضربات المتتالية (أو المتفرقة) بالغ التعقد ويتطلب استخدام الآلات الحاسبة والعقول الألكترونية .

ولتوضيح هذه الطريقة سنستعرض معركة دبابتين بفرض أن صورة المعركة موضع الدراسة هى كما يلى :

تقوم دبابتنا بالهجوم أولا وتضرب دبابة العدو من مسافة معينة ، واحتمال الحصول على إصابة مباشرة فى هذه الحالة يساوى w_1^1 (الرقم الموجود أعلى الحرف يوضح رقم الطلقة أى أن الرمز يوضح احتمال الحصول على إصابة مباشرة من الطلقة الأولى) . وإذا فشلت دبابتنا فى إصابة الدبابة المعادية فإن الأخيرة ستتمكن من ضرب طلقة على دبابتنا ، واحتمال الحصول على إصابة مباشرة فى هذه الحالة يساوى w_2^1 . وإذا فشلت دبابة العدو فى إصابة دبابتنا من أول طلقة فإن دبابتنا ستتابع الهجوم وتطلق طلقة ثانية على دبابة العدو ، وفى هذه الحالة سيكون احتمال حصولها على إصابة مباشرة يساوى w_1^2 .

وإذا فشلت دبابتنا للمرة الثانية فى إصابة دبابة العدو فإن الأخيرة ستطلق طلقة ثانية على دبابتنا واحتمال حصولها على إصابة مباشرة فى هذه الحالة يساوى w_2^2 .

والآن لنحلل فاعلية ضرب كل دبابة والحصول على خواص الفاعلية ، ولنستعرض النتائج المحتملة لمعركة الدبابتين مع استخدام الرموز التالية :

$A_{1,1}$ — لم تصب الدبابتان .

$A_{1,0}$ — دبابتنا لم تصب ودبابة العدو أصيبت .

$A_{0,1}$ — دبابتنا أصيبت ودبابة العدو لم تصب .

باستخدام نظريتى جمع وضرب الاحتمالات نحصل على النتيجة المحتملة للمعركة :

$$W_{1,1} = (1 - W_1^1)(1 - W_2^1)(1 - W_1^2)(1 - W_2^2)$$

$$W_{1,0} = W_1^1 + (1 - W_1^1)(1 - W_2^1)W_1^2$$

$$W_{0,1} = (1 - W_1^1)W_2^1 + (1 - W_1^1)(1 - W_2^1)(1 - W_1^2)W_2^2$$

حيث :

$W_{1,1}$ = احتمال عدم إصابة أى من الدبابتين .

$W_{1,0}$ = احتمال إصابة دبابة العدو فى الهجومين .

$W_{0,1}$ = احتمال إصابة دبابتنا فى الهجومين .

من المثال السابق تتضح لنا طريقة حساب رد فعل العدو طبقاً لنظام الضربات المتتالية ، وكذا طريقة الحساب فى حالة اشتراك عدد أكبر من الوحدات القتالية فى المعركة .

ويمكن الحصول على نتائج أدق وأكمل لحساب نتائج التأثير المقابل للعدو بطريقة الصوغ أو عمل النماذج (modelling) للأعمال القتالية مع استخدام الآلات الحاسبة .

حساب الوسائل القتالية
اللازمة لتنفيذ أى مهمة قتالية

يعتبر حساب الوسائل اللازمة لتنفيذ مهمة قتالية من أهم الأعمال التى يلزم القيام بها عند التحضير لأى أعمال قتالية للوحدات والتشكيلات ، وكذا عند التخطيط لأى عملية ، وخلال تنفيذ العملية نفسها . ومن الصعب إجراء هذه الحسابات دون اتباع الطرق الرياضية الحديثة . هذا وفى حالة اشتراك كمية كبيرة من الوسائل فى تنفيذ العملية تصبح هذه الحسابات معقدة وصعبة ، ولذلك يتم حلها فى الوقت الحاضر بواسطة الآلات الحاسبة والعقول الالكترونية .

وفى هذا الفصل سنستعرض النظام العام لتحديد الوسائل اللازمة لتنفيذ أى مهمة قتالية .

لنفرض أن مقياس فاعلية المهمة المطلوب تنفيذها (تدمير تجمع لصواريخ العدو ، أو دباباته ، أو قوته البشرية ... الخ) هو م $= M$ أو ح $= W$.

والمطلوب إيجاد كمية الوسائل القتالية (صواريخ أو طائرات أو دبابات ... الخ) التى باستخدامها نحقق الفاعلية م٣ $= M_3$ أو ح٣ $= W_3$.

قد يكون معيار فاعلية تنفيذ مهمة القتال بالوسائل المحددة :

- احتمال إصابة هدف مفرد .
- التوقع الرياضى لعدد العناصر المحتمل إصابتها فى هدف مجمع .
- احتمال إصابة مالا يقل عن عدد معين من عناصر هدف مجمع .
- احتمال إصابة مالا يقل عن مساحة معينة من الهدف ... وهكذا .

وبالنسبة للهدف المفرد تكون المهمة كما يلى :

— عدد الوسائل (الصواريخ ، الطائرات ... الخ) اللازمة لتحقيق احتمال معين لإصابة الهدف .

لنفرض أننا أطلقنا عدد (ں = n) من الطلقات المستقلة على الهدف وأن احتمال إصابة الهدف واحتمال عدم إصابته عند إطلاق كل طلقة متساويين . وعلى ذلك فإن احتمال إصابة الهدف عند إطلاق ں = n من الطلقات يساوى :

$$W_n = ١ - (١ - W)^n \qquad ح_ن = ١ - (١ - ح)^ن$$

حيث :

$ح_ن = W_n =$ احتمال إصابة الهدف عند إطلاق ں = n من الطلقات .

ح = W = احتمال إصابة الهدف عند إطلاق طلقة (صاروخ) واحدة .

وإذا فرضنا أن قيمة معينة للاحتمال W_n تساوى المقياس (أو المعيار أو القيمة) وقمنا بحل المعادلة بالنسبة للعدد n نحصل على :

$$n = \frac{l_g (1 - W_3)}{l_g (1 - W)} \qquad ن = \frac{لو (١ - ح_٣)}{لو (١ - ح)}$$

وتعتبر هذه المعادلة الرئيسية لحساب كمية القوى والوسائل فى حالة ضرب طلقات مستقلة . والجدول رقم (٤) التالى يوضح لنا عدداً من احتمالات الإصابة وقيم احتمال إصابة الهدف بوسيلة واحدة فقط وكمية الوسائل المطلوبة عند إطلاق عدد من الطلقات المستقلة :

الجدول رقم ٤

$M_3,\ W_3,\ \%$ ح٣ ، م٣ ٪	M,W % = ٪ ح ، م					
	١٠	٢٠		٤٠	٦٠	٨٠
٥٠	٧	٣		١	١	١
٦٠	٩	٤		[illegible]	١	١
٧٠	١٢	٥		٢	١	١
٨٠	١٥	٧		٣	٢	١
٩٠	٢٢	١٠		٤	٣	٢
٩٥	٢٩	١٣		٦	٤	٢

وبدلا من الجدول يستخدم الرسم البيانى (شكل ١٢) وخاصة فى الحياة العملية لسهولة استخدامه .

مثال ١٥ :

ضربت قصفة صواريخ غير موجهة على مركز قيادة للعدو ، فإذا كان احتمال إصابة مركز القيادة (W) يساوى ٠٫٢ فما هو عدد القصفات اللازم ضربه لتحقيق إصابة هذا المركز باحتمال (W_3) يساوى ٠٫٨ ؟

الحل :

$$ن = \frac{لو\ (١ - ٠٫٨)}{لو\ (١ - ٠٫٢)} = ٧$$ أى يلزم ضرب ٧ قصفات

ولو بحثنا فى الجدول السابق (رقم ٤) تحت ٢٠ (أى W) وأمام ٨٠ (أى W_3) لحصلنا أيضاً على العدد ٧

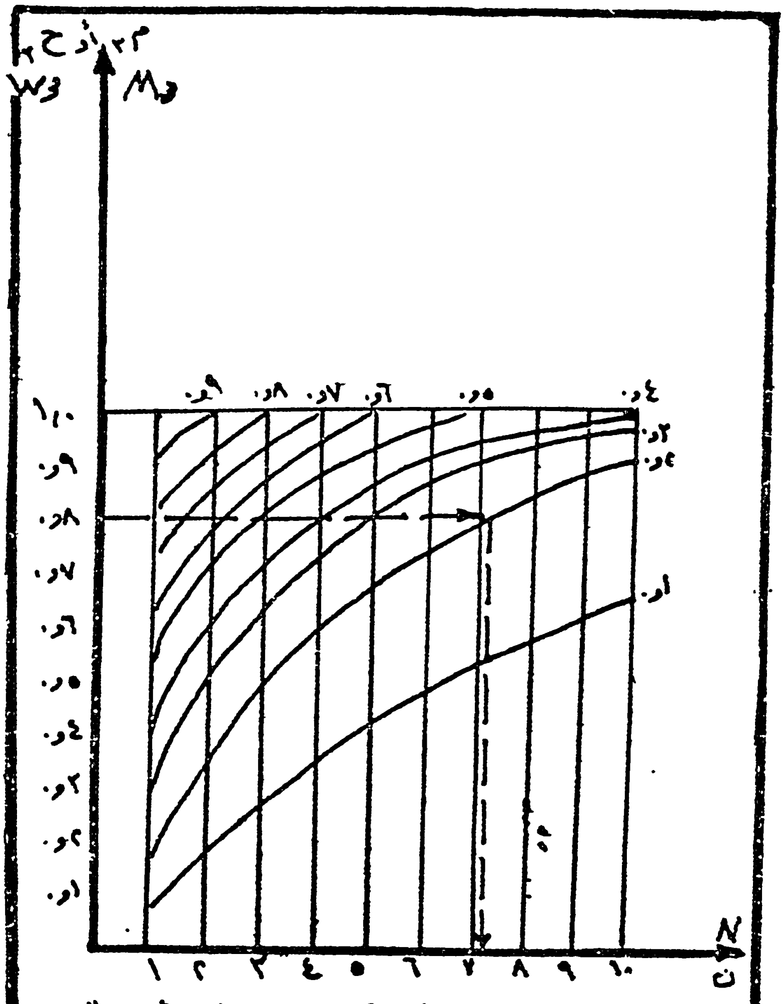
مثال ١٦ :

قاعدة إطلاق صواريخ للعدو سيتم ضربها بصاروخ احتمال الحصول

على إصابة مباشرة له (W) يساوى ٠,٤ فما هو عدد الصواريخ الواجب ضربها على القاعدة لتحقيق إصابتها ٩٥٪ (أى أن $W_3 = 0{,}95$) .

الحل :

$$ن = \frac{لو\ (١ - ٠,٩٥)}{لو\ (١ - ٠,٤)} = ٦\ صواريخ$$



شكل ١٢- ايجاد عدد الوسائل لتحقيق احتمال خسائر معينة

مثال ١٧ :

احتمال إصابة طائرة للعدو بصاروخ موجه مضاد للطائرات يساوى ٠,٦ أوجد عدد الصواريخ اللازم إطلاقها على الطائرة للوصول إلى احتمال إصابة ٠,٩ .

الحـــل :

$$ن = \frac{لو\ (١ - ٩٠,٠)}{لو\ (١ - ٦,٠)} = ٣$$

إذا اعتبرنا التوقع الرياضى (م = M) للخسائر المحتملة فى مساحة الهدف هى مقياس (معيار) الفاعلية ، فإن عدد الوسائل القتالية اللازمة لتنفيذ المهمة يتم حسابه بالمعادلة التالية :

$$ن = \frac{لو\ (١ - م_٣)}{لو\ (١ - م)} \qquad n = \frac{\lg(1 - M_3)}{\lg(1 - M)}$$

حيث :

ن = n = العدد المتوسط للوسائل المستخدمة .

$م_٣$ = M_3 = نسبة التأثير المطلوبة فى الهدف .

م = M = التوقع (المنتظر) الرياضى للخسائر المتوقعة فى الهدف بواسطة وحدة واحدة من الوسيلة المستخدمة .

وعلى ذلك فلإيجاد كمية الوسائل القتالية اللازمة يجب — قبل كل شيء — أن نكون قادرين على حساب التوقع الرياضى للخسائر المنتظرة التى يتعرض لها الهدف نتيجة استخدام وسيلة واحدة فقط . ولهذا الغرض يوجد عدد كبير من الجداول والرسوم البيانية . وسنورد فيما يلى أحد الرسوم البيانية البسيطة التى تمكننا من إيجاد التوقع الرياضى للخسائر عند استخدام نوع خاص من الذخيرة . وتتلخص طريقة حل المهام الخاصة بإيجاد القيمة المتوسطة لكمية الوسائل اللازمة باستخدام الرسم البيانى (شكل ١٣) فيما يلى :

١ — نوجد نصف القطر النسبي لتأثير الذخيرة المستخدمة على الهدف محسوباً بأجزاء من الاختلاف المحتمل :

$$R_x = \frac{R_n}{E} \qquad\qquad نق_{س} = \frac{نق_ن}{ى}$$

$$R_y = \frac{R_n}{E} \qquad\qquad نق_{ص} = \frac{نق_ن}{ى}$$

حيث :

R = نق = نصف القطر النسبي المؤثر على الهدف .

Rn = نق ن = نصف القطر المؤثر للذخيرة الخاصة .

E = ى = الاختلاف المحتمل عند إطلاق الذخيرة الخاصة .

ملحوظة :

إذا كان الانتشار غير دائرى يجب حساب قيمة :

$$R_x = \frac{R_n}{E_x} \qquad\qquad نق_{س} = \frac{نق_ن}{ى_{س}}$$

$$R_y = \frac{R_n}{E_y} \qquad\qquad نق_{ص} = \frac{نق_ن}{ى_{ص}}$$

٢ — نقوم بإيجاد المقاييس النسبية للهدف فى أجزاء من الاختلاف المحتمل (سنعتبر أن الهدف مستطيل أو مربع) .

$$T_x = \frac{\overline{T}_x}{E} \qquad\qquad ه_{س} = \frac{\overline{ه}_{س}}{ى}$$

$$T_y = \frac{\overline{T}_y}{E} \qquad\qquad ه_{ص} = \frac{\overline{ه}_{ص}}{ى}$$

حيث :

هـس = T_x ، هـص = T_y المقاييس النسبية للهدف

هَـس = $\overline{T}_x$ ، هَـص = $\overline{T}_y$ المقاييس الخطية للهدف

E = ى = الاختلاف المحتمل للانتشار الدائرى .

٣ — وبمعلومية قيم R = نق . هـس = T_x ، هـص = T_y
ومن الرسم البيانى المقاييس الخطية للجزء الذى تغطيه الانفجارات من مساحة الهدف أى :

مس = M_x ، مص = M_y .

٤ — نوجد التوقع الرياضى للخسائر التى يتعرض لها الهدف عند ضرب طلقة واحدة من هذه الذخيرة .

م = مس × مص $\qquad M = M_x \cdot M_y$

٥ — نوجد الكمية المتوسطة للوسائل اللازمه لتكبيد الهدف الخسائر المطلوبة مم = M_3 .

ن = لو (١ — مم) / لو (١ — م) $\qquad n = \dfrac{\lg(1 - M_3)}{\lg(1 - M)}$

٦ — وفى حالة حساب ذلك تحت ظروف العمل المضاد (رد الفعل) من جانب العدو تستخدم المعادلة :

ن = لو (١ — مم) / لو (١ — مح و) $\qquad n = \dfrac{\lg(1 - M_3)}{\lg(1 - MW_r)}$

حيث :

W_r = حو = احتمال الوصول إلى الهدف .

والآن لنطبق ما سبق على المثال التالى :

مثال ١٨ :

سنقوم بتوجيه ضربة إلى كتيبة دبابات فى منطقة تجمع بواسطة صاروخ واحد . مقاييس هذه المنطقة ١ × ٢ كيلو متر . احسب الخسائر فى القوة البشرية بالدبابات إذا كان نصف القطر المؤثر للصاروخ يساوى ١,٤ كم ، علماً بأن الاختلاف المحتمل للصاروخ حوالى ٠,٧ كم .

الحل :

١ — نوجد نصف القطر النسبي للتأثير .

$$\text{نق} = \frac{١٫٤}{٠٫٧} = ٢$$

٢ — نوجد المقاييس النسبية للهدف

$$\text{ه}_{\text{س}} = \frac{\text{مواجهة الهدف}}{\text{الاختلاف المحتمل}} = \frac{١}{٠٫٧} = ١٫٤$$

$$\text{ه}_{\text{ص}} = \frac{\text{عمق الهدف}}{\text{الاختلاف المحتمل}} = \frac{٢}{٠٫٧} = ٢٫٨$$

٣ — من الرسم البيانى نحصل على المقاييس الخطية للمنطقة المغطاة من الهدف بتأثير الصاروخ :

$$\text{م}_{\text{س}} = ٠٫٨١ \quad ، \quad \text{م}_{\text{ص}} = ٠٫٧٦$$

٤ — نوجد التوقع الرياضى للخسائر (النسبة المتوسطة للقوة البشرية التى تخرج من المعركة وذلك من أطقم الدبابات) :

م = ٠ر٨١ × ٠ر٧٦ = ٠ر٦٢

وعلى ذلك فحوالى ٦٢ ٪ من القوة البشرية لكتيبة الدبابات تخرج من المعركة (نتيجة القضاء على الفرد وإصابته إصابة تجعله غير قادر على القتال) ، وهذا معناه أن الكتيبة قد دمرت لأن التدمير معناه القضاء على ما بين ٥٠ ٪ و ٦٠ ٪ من القوة البشرية والمعدات . ولإجراء الحسابات الابتدائية التعبيرية ولإيجاد كمية الوسائل اللازمة تستخدم جداول خاصة توضح كمية الوسائل اللازمة فى ظروف عدم تدخل العدو (وتسمى جداول كمية الوسائل اللازمة فى ظروف ميادين التدريب والتجارب) .

تقويم فاعلية وسائل الدفاع الجوى

نقصد بفاعلية وسائل الدفاع الجوى مدى قدرتها على تنفيذ مهمة تدمير الوسائل الجوية والكونية للعدو وهى فى الجو .

وتستنبط الدلالة أو المقياس (المعيار) الكمى لتقويم فاعلية وسائل الدفاع الجوى من هدف المهمة التى تكلف بها الوسيلة موضع التقويم .

وفى كثير من الحالات يجب بالإضافة إلى احتمال الإصابة ، أو التوقع الرياضى لعدد الأهداف المصابة ، معرفة قيمة الخسائر فى الهدف نفسه . وفى بعض الحالات الأخرى يجب معرفة ثمن هذه الخسائر ، أو بتعبير أدق التقويم من ناحية الاقتصاد الحربى .

ومن الأمور التى أصبحت فى الوقت الحاضر ذات أهمية بالغة زمن تنفيذ المهمة القتالية ، لأن عامل الوقت أصبح فى ظروف الحرب الحديثة عاملا حاسماً يؤثر إلى حد كبير على نتيجة العملية ، بل يؤثر على نتيجة الحرب كلها .

وكثيراً ما يتخذ احتمال إصابة الهدف الجوى الكونى للعدو ، أو التوقع الرياضى لعدد الأهداف المصابة ، كمقياس لفاعلية وسائل الدفاع الجوى :

إذا أطلق على الهدف المعادى عدة قذائف من نوع واحد ، مستقلة كل عن الأخرى ، فإن احتمال إصابة الهدف الجوى يساوى :

$$ح_ن = ١ - (١ - ح)^ن$$

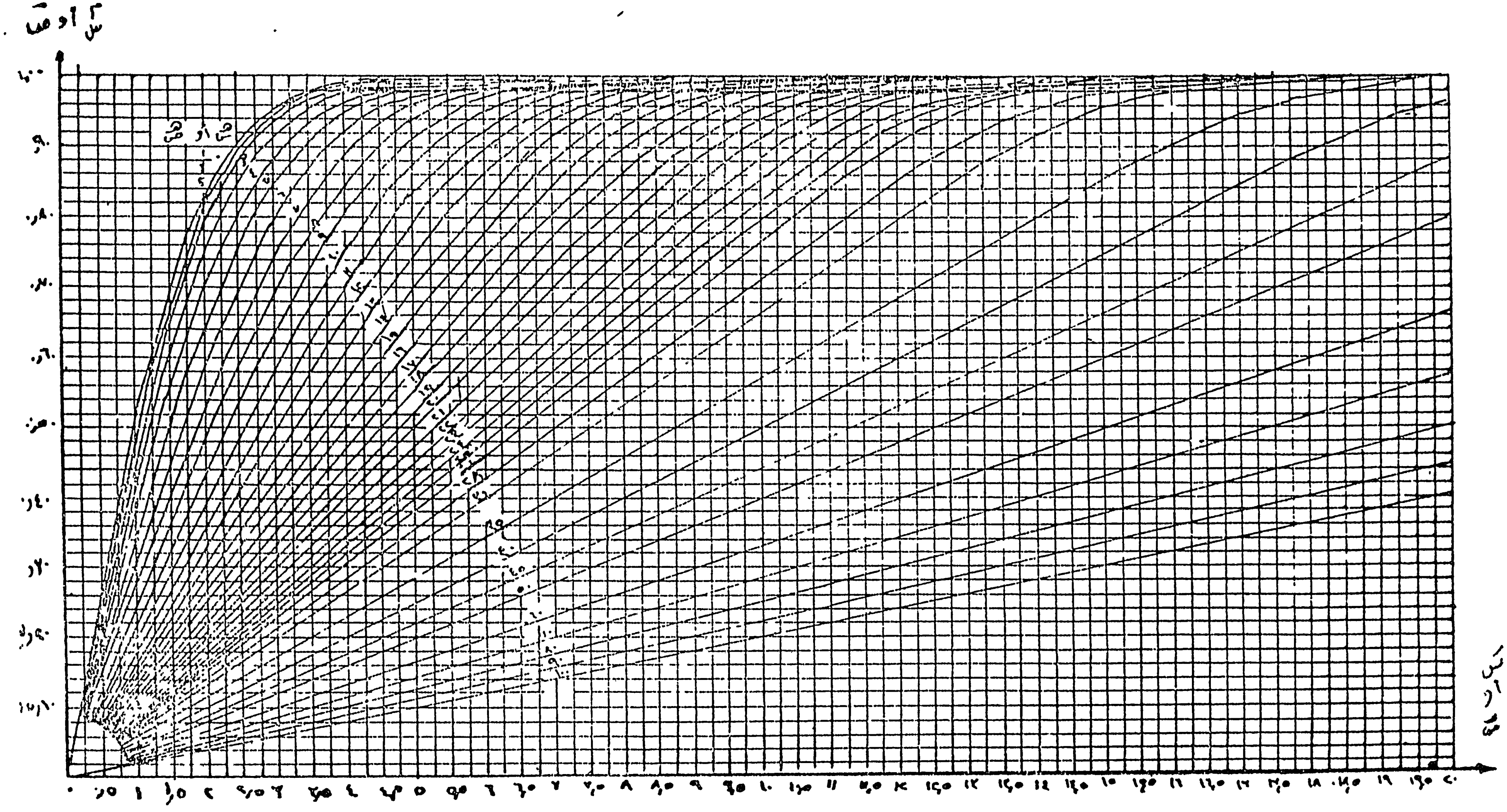
$$W_i = 1 - (1 - W)^i$$

حيث :

$ح_ن$ = W_i = احتمال إصابة الهدف إذا هوجم بعدد ن = i وسيلة .

ح = W = احتمال إصابة الهدف إذا أطلقت عليه قذيفة واحدة .

ن = i = عدد القذائف المستقلة التى أطلقت على الهدف .



(شــكل ١٣) لإيجاد التوقع الرياضى للمساحة المتأثرة من الهدف

وإذا هوجم الهدف بعدة وسائل مختلفة (مع بقاء الهجمات مستقلة) فإن احتمال إصابته يساوى :

$$W_{nop} = 1 - (1 - W_1)^{i_1} (1 - W_2)^{i_2} \dots\dots (1 - W_n)^{i_n}$$

ح = ١ – (– ح١)^ن١ (١ – ح٢)^ن٢ ... ... (١ – حى)^نى

حيث :

$(W_1, W_2, \dots\dots, W_n)$ = (ح١ ، ح٢ ، ... حى) تمثل احتمال إصابة الهدف بالوسائل ١ ، ٢ ، ...... ، ى .

ن١ = عدد الوسائل التى هاجمت الهدف من النوع الأول .

ن٢ = عدد الوسائل التى هاجمت الهدف من النوع الثانى .

نى = عدد الوسائل التى هاجمت الهدف من النوع ى .

وبمعلومية الاحتمال المتوسط لتدمير هدف جوى واحد يمكن بسهولة إيجاد التوقع الرياضى لعدد الأهداف الطائرة المعادية المنتظر إسقاطها .

$$M = \sum_{f=1}^{N_r} w_j$$

م = مج (ف=١ إلى ن هـ) حج

حيث :

M = م = التوقع الرياضى للعدد المنتظر إسقاطه من الأهداف .

N_t = نهـ = عدد الأهداف التى تهاجمها وسائل الدفاع الجوى .

W_j = حجـ = احتمال إصابة هدف واحد بعدد جـ = j وسيلة .

وإذا كان احتمال إصابة الهدف متساويا بالنسبة لكل الوسائل فإن المعادلة تأخذ الصورة التالية :

$$M = N_t \ W$$

م = نهـ ح

لنفرض أن N_T = نهـ أهدافاً جوية معادية (طائرة — صاروخ) نقوم بالهجوم ، وخصص للضرب على هذه الأهداف N = ن وسيلة من وسائل الدفاع الجوى (طائرة مقاتلة ، صاروخ مضاد للصواريخ) . وسنفترض أننا قررنا توزيع وسائل الدفاع الجوى بالتساوى على الأهداف المعادية . وفى هذه الحالة سيكون احتمال إصابة جهاز طائر معاد واحد كما يلى :

$$W_{nop} = 1 - (1 - W)^{\frac{N}{N_r}}$$

$$\text{ح}_{\text{ص}} = ١ - (١ - \text{ح})^{\frac{\text{ن}}{\text{نهـ}}}$$

ويحسب التوقع الرياضى لعدد الأهداف المصابة بالمعادلة :

$$M = N_T \ W_{nop} = N_r \ [1 - (1 - W)^{\frac{N}{N_r}}$$

$$م = ن_هـ \; ح_س = ن_هـ \left[١ - (١ - ح)^{\frac{ن}{ن_هـ}} \right]$$

لنفرض أن :

$$\frac{N}{N_r} = ٨ = \frac{ن}{ن_هـ}$$

وقيمة ٨ = توضح لنا مقارنة القوات فى الجو :

$$٨ = \frac{\text{عدد الوسائل القائمة بالهجوم}}{\text{عدد الاهداف المعادية الطائرة}}$$

وعلى ذلك تأخذ معادلة حساب احتمال إصابة الجهاز الطائر ،

$$w_{nop} = 1 - (1 - w)^{2}$$

$$ح_س = ١ - (١ - ح)^{٨}$$

والمعادلة المتحصل عليها تمكننا من حل المسائل التالية للدفاع الجوى :

— بمعلومية الفاعلية لوسيلة الدفاع الجوى فى الهجوم الواحد ح = W والمقارنة بين القوات ٨ يمكن حساب الخسائر النسبية للأجهزة الطائرة للعدو .

— بمعلومية الفاعلية ح$_س$ = w_{nop} وفرض قيمة الخسائر النسبية المحتملة ح = W يمكن حساب النسبة المطلوبة بين القوات فى الجو .

ولحل هذه المشكلة يمكن استخدام المعادلة التالية :

$$٨ = \frac{l_g \, (1 - w_{nop})}{l_g \, (1 - w)}$$

$$٨ = \frac{\text{لو} \, (١ - ح_س)}{\text{لو} \, (١ - ح)}$$

والجدول رقم ٥ التالى يوضح لنا النسبة المطلوبة بين القوات بمعلومية الخسائر النسبية وفاعلية وسيلة القتال .

الجدول رقم (ه)

ح = W		ح‌ص = W_{nop}						
		٠,١٠	٠,٢٠	٠,٤٠	٠,٦٠	٠,٨٠	٠,٩٠	٠,٩٥
٨	٠,٢٠	٣	١	١	١	١	١	١
	٠,٤٠	٥	٣	١	١	١	١	١
	٠,٦٠	٩	٥	٣	١	١	١	١
	٠,٨٠	١٥	١٠	٤	٢	١	١	١
	٠,٩٠	٢٢	١٣	٦	٤	٢	١	١

والآن سنوضح فى مثال كيف تستخدم هذه الطريقة المبسطة فى تقويم الإمكانيات القتالية لتجميع وسائل الدفاع الجوى .

مثال ١٩ :

— من المتوقع أن يقوم العدو بهجوم جوى بحشود كبيرة بطائراته ، وينتظر أن يشترك فى هذا الهجوم حتى ٥٣٠ طائرة .

— خصصت قيادة الدفاع الجوى الوسائل التالية :

* ٣٦٠ قاعدة إطلاق صواريخ موجهة مضادة للطائرات .
(نقصد بالقاعدة قاذف واحد) .

* ٣٥٠ طائرة اعتراضية .

— احتمال الإصابة عند إطلاق صاروخ واحد مضاد للطائرات ٠,٦

— احتمال اسقاط طائرة معادية بواسطة مقاتلة اعتراضية واحدة من قواتنا ٠,٢

— سنفترض أن وسائل الدفاع الجوى وزعت بالتساوى على طائرات العدو .

— احسب الإمكانيات القتالية لوسائل الدفاع الجوى فى صد الضربة الجوية للعدو .

الحــل :

١ — نحسب العدد المتوسط لهجمات الصواريخ م ط

$$م_{١} = \frac{\text{عدد الصواريخ}}{\text{عدد طائرات العدو}} = \frac{٣٦٠}{٥٣} = ٠,٦٨$$

٢ — نحسب العدد المتوسط لهجمات مقاتلاتنا

$$م_{٢} = \frac{\text{عدد المقاتلات}}{\text{عدد طائرات العدو}} = \frac{٣٥٠}{٥٣٠} = ٠,٦٦$$

٣ — نحسب احتمال إسقاط طائرة معادية بواسطة الصواريخ الموجهة م ط :

$$ح_{١} = ١ - (١ - ٠,٦)^{٠,٦٨} = ٠,٤٦$$

٤ — نحسب احتمال إسقاط طائرة معادية بواسطة المقاتلات :

$$ح_{٢} = ١ - (١ - ٠,٢)^{٠,٦٦} = ٠,١٠$$

٥ — نحسب احتمال إصابة الطائرة بالصواريخ وبالمقاتلات فى حالة قيام الوسيلتين بالتعاون ضد الأهداف المعادية :

$$ح_{ص} = ١ - (١ - ح_{١})(١ - ح_{٢})$$

$$= ١ - (١ - ٠,٤٦)(١ - ٠,١٠) = ١ - ٠,٥٤ \times ٠٩$$

$$= ٠,٥١$$

٦ — نحسب التوقع الرياضى لعدد الطائرات المعادية المحتمل إسقاطها بالصواريخ والمقاتلات معاً :

م = نه × حس = عدد الطائرات × التوقع الرياضى
= ٥٣٠ × ٠,٥١ = ٢٧٠ طائرة .

مثال ٢٠ :

— من الممكن إطلاق ٤٠٠ صارخ فى وقت واحد .

— تتعرض هذه الصواريخ لهجمات ٣٠٠ صاروخ مضاد للصواريخ .

— احتمال إصابة الصاروخ عنـــدما يطلق عليه صاروخ مضاد للصواريخ يساوى ٠,٤

— احسب الإمكانيات القتالية للصواريخ المضادة للصواريخ الموجودة .

الحل :

١ — نحسب العدد المتوسط للهجمات المضادة التى يتعرض له كل صاروخ .

نه = ٣٠٠ / ٤٠٠ = ٠,٧٥

٢ — نحسب الاحتمال المتوسط لإصابة الصاروخ بالصواريخ المضادة .

حس = ١ — (١ — ح)^نه = ١ — (١ — ٠,٤)^٠,٧٥ = ٠,٣٢

٣ — نحسب التوقع الرياضى للعدد المنتظر إصابته من الصواريخ :

م = نه × حس = ٣٠٠ × ٠,٣٢ = ٩٦ صاروخا .

مثال ٢١ :

تحت ظروف المثال نفسها ١٩ احسب الإمكانيات القتالية لتجميع الدفاع الجوى إذا كانت المقاتلات ستقوم بالهجوم أولا ، وبعد ذلك يتم إطلاق الصواريخ م ط على الطائرات التى تنجح فى الاختراق .

الحـــل :

١ — نحسب العدد المتوسط لهجمات المقاتلات

$$ن_١ = \frac{٣٥٠}{٥٣٠} = ٠,٦٦$$

٢ — نحسب احتمال إسقاط طائرة معادية واحدة بواسطة المقاتلات :

$$ح_١ = ١ - (١ - ٠,٢)^{٠,٦٦} = ٠,١٠$$

٣ — نحسب التوقع الرياضى لعدد الطائرات المسقطة بواسطة المقاتلات :

$$م_١ = ٣٥٠ \times ٠,١٠ = ٥٣$$

٤ — نحسب التوقع الرياضى لعدد الطائرات المعادية التى تنجح فى الاختراق عبر نطاق عمل المقاتلات :

$$م_ج = ٥٣٠ - ٥٣ = ٤٧٧$$

٥ — نحسب العدد المتوسط لهجمات الصواريخ م ط :

$$ن_٢ = \frac{٣٦٠}{٤٧٧} = ٠,٧٥$$

٦ — نحسب احتمال إسقاط طائرة معادية بالصواريخ م ط :

$$ح_٢ = ١ - (١ - ٠,٦)^{٠,٧٥} = ٠,٥١$$

٧ — نحسب التوقع الرياضى لعدد الطائرات المعادية التى تسقطها الصواريخ الموجهة م ط :

$$م_٢ = ٤٧٧ \times ٠,٥١ = ٢٤٣$$

٨ — نحسب التوقع الرياضى لعدد الطائرات المعادية التى يتم إسقاطها بواسطة المقاتلات والصواريخ الموجهة م ط :

$$م = ٥٣ + ٢٤٣ = ٢٩٦$$

٩ — نحسب نسبة الطائرات المعادية المسقطة (فاعلية الدفاع الجوى):

$$ح_{تد} = \frac{٢٩٦}{٥٣٠} \times ١٠٠ = ٥٦ \%$$

بتحليل الطرق المحتملة لهجوم العدو وتوزيع الوسائل المتيسرة بطرق مختلفة لمواجهة هذا الهجوم يمكن الوصول إلى أنسب الطرق لصد هذا الهجوم ووضع خطة الدفاع الجوى على أساسها .

وما من شك أن حل هذه المسائل يكون أكثر نجاحاً وسهولة إذا ما اتبعنا طريقة الأنماط الرياضية مع استخدام العقول الألكترونية .

تخصيص المهام فى قوات الدفاع الجوى

يتلخص تخصيص المهام فى تحديد هدف جوى - كونى معين لكل وسيلة نيران من وسائل الدفاع الجوى ،

إذا كان لدينا عدة أهداف جوية - كونية يجب صد هجومها ، وكان لدينا عدد محدد من الوسائل النيرانية (مقاتلات ، صواريخ مضادة للطائرات ، صواريخ مضادة للصواريخ) ، فإن تنظيم ضرب هذه الأهداف يبدأ باتخاذ القرار ، الذى يحدد لنا ما هى الوسيلة التى ستستخدم ، وعلى أى هدف ستوجه. وقد يظهر لنا أن عدة وسائل ستقوم بالاشتباك مع هدف واحد فى الوقت الواحد ، وأن بعض الأهداف لن تتعرض للنيران .

ويشبه القرار الخاص بتوزيع الأهداف على الوسائل القرار التكتيكى الخاص بطرق استخدام المعدات المتيسرة فى القتال .

فى الحرب العالمية الثانية كان القائد يتخذ هذا القرار بناء على خبرته الشخصية وبما يتفق مع الموقف . أما فى الوقت الحاضر نظراً للتطور الكبير الذى تعرضت له وسائل القتال والمعدات الألكترونية ، ونظراً لسرعة تغير

الموقف الجوى ـ الكونى أصبح هذا الأسلوب فى تخصيص المهام . غير صالح ولا يحقق أى نجاح فى القتال ، فلن يتوفر للقائد الوقت اللازم لاتخاذ القرار ، أو القيام بالحسابات التقليدية ، كما أن الموقف نفسه سيكون معقداً لدرجة كبيرة ، الأمر الذى يستحيل معه اتخاذ قرار سليم دون إجراء حسابات خاصة.

من هنا نجد أن مهمة توزيع الأهداف (وهى مهمة حيوية أثناء سير الأعمال القتالية لقوات الدفاع الجوى) يجب أن تحل باستخدام الآلات الحاسبة الألكترونية .

وفيما يلى سنوردد (باختصار) طرق توزيع الأهداف فى الظروف والأحوال المختلفة التى تفرضها المواقف التكتيكية والتعبوية .

إن مهمة توزيع الأهداف على الوسائل مهمة صعبة ومعقدة ، وعند حلها يجب أن تراعى عوامل كثيرة منها :

أماكن تمركز وسائل الدفاع الجوى بالنسبة للأهداف أو المنطقة المراد حمايتها .

— مقاييس منطقة اكتشاف الأجهزة الطائرة للعدو

— الخواص الزمنية لقنوات التوجيه .

— خواص الأهداف من حيث المناورة .

— إمكانية استخدام التشويش النشيط أو السلبى .

— رد الفعل النيرانى للعدو .

— وجود أهداف ذات أهمية خاصة ضمن التشكل الطائر .

كل هذه العوامل يجب مراعاتها ـ بشكل ما ـ عند وضع المعاملات الرياضية التى يبنى عليها عمل الآلات الحاسبة التى ستستخدم فى السيطرة الآلية على القوات .

ولكى نتفهم أساس مهمة توزيع الأهداف سنقوم باستعراض الأساليب أو النماذج البسيطة لها ، التى يتم فى كل منها حل هذه المشكلة من وجهة نظر

(أو زاوية) معينة . وبذلك سنتمكن من معرفة القوانين القياسية الرئيسية لفاعلية الدفاع الجوى ، وتحديد درجة المركزية بالنسبة له ... الخ .

توزيع الأهداف حسب التوقع الرياضى

لنفرض أن لدينا ن (وبالرموز اللاتينية n) وسيلة من وسائل الدفاع الجوى ، والمطلوب الاشتباك مع ن (أى N) هدفا جويا ، وكل وسيلة يمكنها إطلاق قذيفة واحدة ، ويمكنها أن تضرب أى هدف من الأهداف ولكن بدرجة تأثير (فاعلية) مختلفة . هذا ومن الممكن معرفة احتمال إصابة كل هدف بأى وسيلة من الوسائل . والمطلوب استنباط أنسب توزيع الأهداف أى ذلك التوزيع الذى يعطينا أكبر توقع رياضى لعدد الأهداف المسقطة (المصابة) . نتيجة حل المسألة سيخصص لكل وسيلة من وسائل الدفاع الجوى هدف محدد نشتبك معه ، وفى هذه الحالة قد نجد أن هدفا من الأهداف تشتبك معه أكثر من وسيلة .

لنفرض أن احتمال نجاح عدد ى وسيلة فى تدمير ج هدف يساوى $ح_{ىج}$. وعليه يمكن كتابة مجموعة الاحتمالات لتدمير أهداف مختلفة بوسائل الدفاع الجوى على شكل جدول نطلق عليه مصفوفة الفاعلية .

$$\begin{vmatrix} ح_{١ن} & \cdots & ح_{١٢} & ح_{١١} \\ ح_{٢ن} & \cdots & ح_{٢٢} & ح_{٢١} \\ \cdot & \cdots & \cdot & \cdot \\ ح_{ن} & & ح_{ن٢} & ح_{ن١} \end{vmatrix} = \| ح_{ىج} \|$$

وفى هذه المصفوفة ، على سبيل المثال ، $ح_{٢١}$ هو احتمال نجاح الوسيلة

الثانية من وسائل الدفاع الجوى فى إصابة الهدف رقم ١ وهكذا . ويتم ترقيم الأهداف مسبقا ترقيما فرضيا .

والمهمة موضوع البحث تتلخص فى توزيع (تخصيص) الأهداف ه × ن .

لنفرض أن وسائل الدفاع الجوى تدافع عن منطقة معينة . وعليه فمن الطبيعى أن نفترض أن الخسائر التى قد تتعرض لها المنطقة المدافع عنها ستتناسب طرديا مع عدد الأهداف التى تنجح فى الاختراق والوصول إليها . وتتلخص مهمة الدفاع الجوى عن هذه المنطقة فى تقليل نسبة الخسائر إلى أقصى حد ممكن .

ولذلك يعتبر مقياس (أو معيار Criterion) الفاعلية هنا هو التوقع الرياضى لعدد الأهداف التى يحتمل إسقاطها :

$$M = \sum_{j=1}^{N} W_i \qquad\qquad م = \sum_{ج=1}^{ه} ح_ج$$

حيث :

م = M = التوقع الرياضى لعدد الأهداف المحتمل إسقاطها

$ح_ج$ = W_i = احتمال سقوط الهدف ج

ويتوقف احتمال إسقاط الهدف على طريقة تخصيص الأهداف ، وبالنسبة لطريقة محددة لهذا التخصيص يتم إيجاد هذا الاحتمال بمعلومية لى ج = P_{ij}

ويتطلب الأمر استنباط ذلك التوزيع (التخصيص) الذى يحقق أعلى توقع رياضى للأهداف المحتمل سقوطها .

وفيما يلى سنشرح كيف يتم إيجاد احتمال إسقاط هدف ما :

لنفرض أن الهدف رقم ج ستشتبك معه الوسيلتان رقم ى ، ك

احتمال عدم إسقاط الهدف رقم ى يساوى :

$$(١ - ل_{ى ح})$$

واحتمال عدم إسقاط الهدف رقم ك يساوى :

$$(١ - ل_{ك ج})$$

احتمال عدم سقوط الهدف عندما تشتبك معه الوسيلتان رقم ى ورقم ك يساوى :

$$(١ - ل_{ى ج}) \; (١ - ل_{ك ح}) .$$

وعلى ذلك فاحتمال إسقاط الهدف باستخدام الوسيلتين يساوى :

$$ح_{ج} = ١ - (١ - ل_{ى ج})$$

وبالطريقة نفسها يمكن حساب احتمال تدمير هدف ما عندما يشتبك معه أى عدد من الوسائل .

لنفرض أن تخصيص المهام قد تم تنفيذه أى أن كل وسيلة من وسائل الدفاع الجوى قد وجهت على هدف محدد . وهذا يعنى أن العلاقة ح (ى) قد حددت ، وقد تم ببساطة تحديد رقم الهدف بمعلومية رقم الوسيلة (وليس العكس ، إذ من الممكن أن يضرب على الهدف الواحد أكثر من وسيلة). ويطلق على العلاقة ج (ى) دالة التوزيع function of target distribution.

وقد يتم حل مسألة تخصيص الأهداف بطريقة إعادة الوضع reset . وعملياً سيكون عدد التوافيق لتوزيع ن وسيلة على ىه هدف محدداً ، ولكنه سيكون عدداً كبيراً إذا كانت ن ، ىه كبيرة جدا . وإذا أخذنا كل توفيق وحسبنا له التوقع الرياضى لعدد الأهداف المحتمل تدميرها وحصلنا على توزيع الأهداف ج (ى) يكون التوقع الرياضى له أكبر ما يمكن . فإن

مسألة تخصيص الأهداف تكون قد حلت . وعندما تكون قيم ىه ، ن كبيرة فإن طريقة إعادة الوضع للحلول الممكنة تكون صعبة ومعقدة ، وفى الوقت الحاضر تحل مثل هذه المسائل بوسائل الآلات الحاسبة الألكترونية .

وبدراسة الحلول المقترحة المختلفة لتجميع وسائل الدفاع الجوى ، وكذا الصور المختلفة للهجوم الجوى ، يمكن الوصول إلى أنسب تجميع لهذه الوسائل. فمسألة توزيع الأهداف تمكننا من الكشف عن المطالب الواجب توافرها فى الدفاع الجوى عند دراسة مسائل صد الهجمات الجوية لوسائل الهجوم الجوية الجديدة. وبوضع نموذج لمهمة توزيع الأهداف فى آلة حاسبة ألكترونية يمكن الحصول على نتيجتين هامتين تسمحان بالإجابة على الأسئلة التالية :

— كيف يتم تقرير تجميع وسائل الدفاع الجوى ، وما هى المطالب الواجب توافرها فى الوسائل الجديدة كى يتحقق أن لا ينجح فى الاختراق والوصول إلى المنطقة المدافع عنها إلا أقل عدد ممكن من وسائل الهجوم الجوى .

— كيف يتم تشكيل الهجوم الجوى لطيراننا (تشكيل القتال ، الطرق) بحيث يكون عدد الطائرات التى تنجح فى الاختراق أكبر ما يمكن ، الأمر الذى يعتبر بالغ الأهمية للطيران البعيد المدى .

ولكى يتضح لنا مفهوم مسألة تخصيص (توزيع) الأهداف نقوم بحل الأمثلة التالية :

مثال ٢٢ :

مهمة توزيع الأهداف ٢ × ٢ إذا كان احتمال إسقاط الأهداف كما يلى :

رقم الوسيلة	رقم الهدف	
	١	٢
١	٠,٨	٠,٦
٢	٠,٧	٠,١

المطلوب : استنباط أنسب توزيع الأهداف .

الحـــل :

نكتب كل حل من الحلول المقترحة للتوزيع على شكل عمودين الأيسر منهما يبين لنا رقم الوسيلة والأيمن يبين رقم الهدف ،

وفى المثال السابق يوجد أربعة حلول (توافيق) هى :

الأول	الثانى	الثالث	الرابع
(١ ١)	(١ ١)	(١ ٢)	(١ ٢)
(٢ ١)	(٢ ٢)	(٢ ٢)	(٢ ١)

التوقع الرياضى لعدد الأهداف التى يحتمل تدميرها وذلك لكل حل من الحلول المقترحة يساوى :

$م_١ = ٠,٨ + (١ - ٠,٨) \times ٠,٧ = ٠,٩٤$

$م_٢ = ٠,٨ + ٠,١ = ٠,٩$

$م_٣ = ٠,٦ + (١ - ٠,٦) \times ٠,١ = ٠,٦٤$

$م = ٠,٦ + ٠,٧ = ١,٣$

وعلى ذلك فأكثر الحلول المقترحة فاعلية هو الحل الرابع ففيه لا تضرب الوسيلة الأولى على الهدف الأول ، بغض النظر عن أن احتمال إصابته لهذا الهدف أكبر ما يمكن .

مثـال ٢٣ :

ظروف المثال السابق نفسها ولـكن احتمالات الإصابة كما يلى :

رقم الوسيلة	رقم الهدف	
	١	٢
١	٠,٦	٠,١
٢	٠,٨	٠,٢

المطلوب : استنباط أنسب الحلول لتوزيع الأهداف .

توجد أربع طرق حل (توافيق) فقط هى :

الأول	الثـانى	الثالث	الرابع
(١ ١)	(١ ١)	(١ ٢)	(١ ٢)
(٢ ١)	(٢ ٢)	(٢ ٢)	(٢ ١)

التوقع الرياضى لعدد الأهداف المحتمل تدميرها نـكل حل من الحلول كما يلى :

$$م_{١} = ٠,٦ + (١ - ٠,٦) \times ٠,٨ = ٠,٩٢$$

$$م_{٢} = ٠,٦ + ٠,٢ = ٠,٨$$

$$م_{٣} = ٠,١ + (١ - ٠,١) \times ٠,٢ = ٠,٢٨$$

$$م_{٤} = ٠,١ + ٠,٨ = ٠,٩$$

إذن أنسب حل للتوزيع هو الحل الأول الذى فيه تقوم الوسيلتان بالضرب على الهدف رقم ١ .

تخصيص (توزيع) الأهداف حسب الأهمية

عند صد أى هجوم جوى معاد ، وخاصة إذا كان بحشود كبيرة يصبح من الضرورى مراعاة خطورة الهدف علينا ، أو بتعبير آخر تحديد الأهداف حسب خطورتها على الهدف أو المنطقة المدافع عنها .

وإذا كان هذا الأسلوب هو أساس تنظيم صد الهجوم الجوى فمن الضرورى إدخال معامل جديد يطلق عليه « وزن أو أهمية الهدف » ومن الواضح أنه يختلف من هدف لآخر .

ومن الأهداف ذات « الوزن » المرتفع الطائرات التى تحمل أسلحة نووية (إذا أمكن تمييزها بعلامة معينة) ، وطائرات الاستطلاع ، والطائرات الخاصة بالتشويش (jmming) على الرادارات ، والأهداف التى تقع على خارج المنطقة المؤثرة .

لنفرض أن بعض الأهداف تتميز بالمعامل (الوزن) ك$_1$ ، ك$_2$ ، . . . ، ك$_ن$ (بالرموز اللاتينية $K_1, K_2, \cdots K_n$) ، وهى معاملات تعبر عدديا عن درجة خطورة الهدف .

وعليه كمقياس (كمعيار) للفاعلية ـ فى هذه الحالة ـ يجب أن لا نأخذ التوقع الرياضى لعدد الأهداف الذى ينتظر إسقاطها ، وإنما ما يطلق عليه « التوقع الرياضى المعلق » .

Suspended muth expecting ، أى مع مراعاة أهمية الهدف :

$$م = \sum_{ج=1}^{ن} ك_{ج} \; ج_{ج}$$

$$M = \sum_{j=i}^{N} K_j \; W_j$$

هذا وستظل طريقة استنباط أنسب توزيع أو تخصيص الأهداف كما هى ولكن مع فارق واحد هو أن احتمال الإسقاط فى كل حل مقترح يضرب فى « وزن » (درجة الأهمية) الهدف .

تخصيص الأهداف بناء على التوقع الرياضى

ولكن تحت ظروف الاشتباك مع أكبر عدد ممكن من الأهداف

إن تخصيص الأهداف بناء على التوقع الرياضى يؤدى أحياناً إلى أن بعض الأهداف لن يشتبك معها ،أى لن تتعرض لأى نيران . ويحدث هذا عندما يكون احتمال إسقاط بعض الأهداف من الصغر بحيث يصبح من الأنسب استخدام الوسائل مجمعة وليست منفردة ، أى اشتراك عدة وسائل فى الضرب على هدف واحد .

وتخصيص الأهداف على هذا الأساس قد يؤدى إلى أن العدو قد يدرك تكتيكاتنا ويعمل على جذب نيراننا بعيداً عن الأهداف إلى الأهداف الأقل أهمية ، بأن يجعل الأخيرة فى موقف يؤدى إلى أن تصبح فاعلية الضرب عليها مرتفعة جداً .

ولذلك يجب أن يكون لدينا أسس أخرى لتخصيص الأهداف تعتمد على وضع حد للعدد المسموح به من الأهداف التى لا تتعرض للضرب (للجزاء) ، وعليه يجب وضع الأسس التالية :

— الاشتباك مع جميع الأهداف إن أمكن .

— تجميع نيران عدة وسائل على هدف واحد عندما تتوفر إمكانية ذلك .

وفى هذه الحالة سيتفق التوزيع مع أعلى توقع رياضى لعدد الأهداف المحتمل إسقاطها ، ولن تكون هنالك أهداف غير مخصص لها وسائل إلا إذا كان عدد وسائل الدفاع الجوى أقل من عدد الأهداف ، ولمنع الوسائل الأخرى من الضرب على هدف آخر خصصت له وسيلة (أى أنه يتعرض لنيران وسيلة ما) تستخدم فى الحياة العملية ما يطلق عليه دليل أو علامة المنع

marker interdiction » ، وهى عبارة عن علامة خاصة أو رمز معين يزود بها الهدف الذى خصصت له وسيلة للاشتباك معه تظهر على لوحة الموقف الجوى أو فى ذاكرة العقل الألكترونى الذى يوجه وسائل القتال آليا ، وسنرى كيف يتم التوزيع م×ن إذا كانت م<ن .

فى مثل هذه الحالة يمكن توجيه كل وسيلة إلى هدف واحد ، وبذلك لن يتعرض الهدف إلا للضرب من وسيلة واحدة ، وتحدد دالة التوزيع ج (ى) العلاقة البسيطة بين أرقام الأهداف وأرقام الوسائل .

وسيصبح عدد الحلول الممكنة للتوزيع تحت الظروف هو :

ن (ن—١) (ن—٢)... (ن—م+١)

مثـال ٢٤ :

ماهو أنسب توزيع للأهداف٢ × ٣ (أى وسيلتى دفاع جوى وثلاثة أهداف) إذا كانت الاحتمالات كما يلى :

رقم الوسيلة	رقم الهدف		
	١	٢	٣
١	٠ر٦	٠ر٤	٠ر٣
٢	٠ر٨	٠ر٢	٠ر٤

الحـــل :

فى مثالنا هذا توجد ستة حلول لتوزيع الأهداف ٣ × ٢=٦

هى كما يلى :

الأول	الثانى	الثالث	الرابع	الخامس	السادس
(١ ١)	(١ ١)	(١ ٢)	(١ ٢)	(١ ٣)	(١ ٣)
(٢ ٢)	(٢ ٣)	(٢ ١)	(٢ ٣)	(٢ ٢)	(٢ ١)

والتوقع الرياضى لعدد الأهداف المسقطة بالنسبة لكل حل من الحلول الستة كما يلى :

$م_{١}$ = ٠,٦ + ٠,٢ = ٠,٨

$م_{٢}$ = ٠,٦ + ٠,٤ = ١,–

$م_{٣}$ = ٠,٤ + ٠,٨ = ١,٢

$م_{٤}$ = ٠,٤ + ٠,٤ = ٠,٨

$م_{٥}$ = ٠,٣ + ٠,٢ = ٠,٥

$م_{٦}$ = ٠,٣ + ٠,٨ = ١,١

وعلى ذلك فالحل الأنسب للتوزيع هو الحل رقم (٣) أى تخصيص :

الوسيلة الأولى للهدف رقم ٢

والوسيلة الثانية للهدف رقم ١

تخصيص (توزيع) الاهداف بناء على الاحتمالات :

فى الوقت الحاضر يعتبر تدمير جميع الأهداف مهمة رئيسية للدفاع الجوى ، وذلك فى حالة الدفاع عن هدف هام وكان العدو يستخدم ذخيرة نووية ونجحت فى الاختراق ولو طائرة واحدة مسلحة بهذه الذخيرة بغرض تدمير الهدف . فى مثل هذه الظروف لا يجوز تقويم فاعلية الدفاع الجوى بواسطة التوقع الرياضى لعدد الأهداف المحتمل إسقاطها إذ لا يسمح بنجاح ولو طائرة واحدة (حاملة لذخيرة نووية) (فى الاختراق والوصول إلى المنطقة المدافع عنها) .

ولذلك يجب أن نأخذ احتمال عدم نجاح وصول أى هدف إلى المنطقة المدافع عنها كمعيار للحكم على فاعلية الدفاع الجوى . لنفرض أن تنظيم

احتمالات الأهداف المسقطة بوسائل الدفاع الجوى كما يلى :

$$\left\| \text{ل}_{\text{جـ ى}} \right\| = \left| \begin{matrix} \text{ل}_{11} & \text{ل}_{12} & \cdots & \text{ل}_{1\text{ن}} \\ \text{ل}_{21} & \text{ل}_{22} & & \text{ل}_{2\text{ن}} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \text{ل}_{\text{مـ}1} & \text{ل}_{\text{مـ}2} & \cdots & \text{ل}_{\text{مـ ن}} \end{matrix} \right|_{\text{مـ ن}}$$

والمطلوب استنباط التوزيع (التخصيص) الذى يصبح فيه احتمال إسقاط جميع الأهداف فى أكبر قيمة له .

من الواضح أن تحقيق ذلك يتطلب الاشتباك من جميع الأهداف وأن المسألة تتلخص فى اتخاذ قرار محدد عندما تكون ى $\geq \bar{\text{حـ}}$ (سندرس الحالة التى تقوم فيها كل وسيلة بإطلاق قذيفة واحدة فقط) . إذا كان احتمال تدمير الهدف جـ فى حالة الضرب بعدد من الوسائل يساوى $\text{ح}_{\text{جـ}}$ ، فإن احتمال إصابة جميع الأهداف (على أساس أن الحادثة عبارة عن حادثة أو ناتجا مستقلا ويعبر عن إسقاط هدف منفصل) يساوى :

$$\text{ح} = \text{ح}_1 \ \text{ح}_2 \cdots \text{ح}_{\text{ن}}$$

وأنسب توزيع للأهداف يتفق وأعلى قيمة لاحتمال إسقاط جميع الأهداف .

مثال ٢٥ :

ماهو أنسب توزيع للأهداف (باستخدام الاحتمال) إذا كان احتمال إصابة كل هدف (٢×٢) كما يلى :

رقم الوسيلة	رقم الهدف	
	١	٢
١	٠,٦	٠,٩
٢	٠,٨	٠,٧

الحـــل :

نستنبط أولا الحلول الممكنة للتوزيع وهى :

الأول	الثانى	الثالث	الرابع
(١ ١)	(١ ١)	(١ ٢)	(١ ٢)
(٢ ١)	(٢ ٢)	(٢ ٢)	(٢ ١)

من هذه الحلول الأربعة حلان (الأول والثالث) غير مناسبين لموقفنا هذا إذ لن يشتبك فيهما إلا بهدف واحد . واحتمال إسقاط كلا الهدفين بالنسبة للحلين الثانى والرابع كما يلى :

$ح_{٢}$ = ٠ر٦ × ٠ر٧ = ٠ر٤٢

$ح_{٤}$ = ٠ر٨ × ٠ر٩ = ٠ر٧٢

إذن فأنسب توزيع (من حيث الاحتمال) هوما ينص عليه الحل الرابع، أى تخصيص الوسيلة الأولى لضرب الهدف الثانى وتخصيص الوسيلة الثانية لضرب الهدف الأول .

تخصيص الأهداف فى حالة تساوى احتمالات الاصابة :

فى الحياة العملية قد نقابل حالة فيها تتساوى احتمالات إصابة الهدف بواسطة الدفاع الجوى ، وذلك مثل حالة صد هجوم جوى للعدو بنوع واحد من المقاتلات ، وتستخدم وسائل الدفاع الجوى مقاتلات لها خواص فنية تكتيكية واحدة أو تستخدم وحدات مدفعية مضادة لطائرات مسلحة بصواريخ موجهة م ط من نوع واحد .

تحت هذه الظروف سنقوم بدراسة مهمة تخصيص الأهداف م × ن
(على أساس ثبات أو تساوى احتمال الإصابة) :

$$ل_{١١} = ل_{١٢} = \cdots = ل_{ن} = ح$$

يتم حل هذه المسألة بأحد مقياسين (معيارين) للفاعلية هما :

— التوقع الرياضى .

— احتمال الإصابة .

وسنقوم بادىء ذى بدء بحل المسألة باستخدام التوقع الرياضى :

عندما تكون م<ن يكون القرار ذا ثلاثة جوانب :

كل وسيلة يمكنها الضرب على أى هدف ، ولكن لا يجوز أن تقوم وسيلتان بالضرب على هدف واحد .

والآن لنفرض أن م > ن ، وسنفترض أن عدد الوسائل يساوى عدد الوسائل عدة مرات (أضعافه) أى أن م = ك × ن

حيث ك = عدد صحيح .

ويمكن إثبات أن أنسب توزيع (تخصيص) للأهداف يمكن تحقيقه إذا وزعنا الوسائل على الأهداف بالتساوى أى تخصيص هدف واحد لكل عدد «ك» وسيلة . وفى هذه الحالة يصبح احتمال إسقاط(إصابة) كل هدف :

$$ح_{ج} = ١ - (١ - ح)^{ك}$$

والآن لندرس حالة أكثر عمومية وذلك عندما لا يكون عدد الوسائل مضاعفات لعدد الأهداف :

$$م = ك × ن + هـ .$$

ففى هذه الحالة من المفضل توزيع وسائل الدفاع الجوى بالطريقة التالية:

لعدد هـ من الأهداف يخصص ك + ١ وسيلة

ولعدد ن من الأهداف يخصص ك وسيلة

وعليه فإن أنسب توزيع للأهداف اذا تساوى احتمال الإصابة يتفق والتوزيع المتساوى لوسائل الدفاع الجوى على الأهداف .

ولكن لنحلل حالة تكون فيها فاعلية الدفاع الجوى من الكبر بحيث يحتمل ألا ينجح أى هدف فى اختراق الخط الدفاعى .

احتمال إصابة هدف واحد يساوى :

$$\text{ح}_{\text{ج}} = ١ - (١ - \text{ح})$$

حيث :

$\text{ح}_{\text{ج}}$ = احتمال إسقاط الهدف رقم ج

ح = احتمال إسقاط الهدف بواسطة وسيلة واحدة من وسائل الدفاع الجوى .

ك = عدد وسائل الدفاع الجوى المشتبكة مع الهدف .

واحتمال إسقاط (إصابة) جميع الأهداف يساوى :

$$\text{ح}_{\text{تد}} = [١ - (١ - \text{ح})^{\text{ك}}]^{\text{ن}}$$

وإذا أعددنا توجيه (تنشين) وسيلة ما على هدف آخر (بدل الهدف الذى كانت تشتبك معه) فإن معيار أو مقياس الفاعلية يصبح كما يلى :

$$\bar{\text{ح}}_{\text{تد}} = [١ - (١ - \text{ح})^{\text{ك}}]^{\text{ن}-٢} \times [١ - (١ - \text{ح})^{\text{ك}+١}] \times [١ - (١ - \text{ح})^{\text{ك}-١}]$$

وبطرح $\bar{\text{ح}}_{\text{تد}}$ من $\text{ح}_{\text{تد}}$ نحصل على :

$$\text{ح}_{\text{تد}} - \bar{\text{ح}}_{\text{تد}} = (١ - (١ - \text{ح})^{\text{ك}})^{\text{ن}-٢} \times (١ - \text{ح})^{\text{ك}-١} \times \text{ح}^{٢} > \text{صفر}$$

ومنها نستنتج أن $\text{ح}_{\text{تد}} > \bar{\text{ح}}_{\text{تد}}$ أى أن أنسب توزيع للأهداف يتفق مع التوزيع المتساوى للوسائل على الأهداف .

الفاعلية القتالية للمقاتلات

يمكن استخدام احتمال إسقاط الهدف الجوى كمقياس للفاعلية القتالية للمقاتلات (الطائرات الاعتراضية) .

وعلى أساس احتمال الإصابة احتمال حادثة أو ناتج مركب من عدة حادثات أو نواتج فإنه يساوى :

$$\text{ح}_{\text{تد}} = \text{ح}_{\text{أعت}} \times \text{ح}_{\text{أكت}} \times \text{ح}_{\text{هج}} \times \text{ح}_{\text{أسقط}}$$

حيث :

$\text{ح}_{\text{تد}}$ = احتمال تدمير الهدف الجوى .

$\text{ح}_{\text{أعت}}$ = احتمال اعتراض الهدف الجوى .

$\text{ح}_{\text{أكت}}$ = احتمال اكتشاف الهدف الجوى بواسطة الوسائل الموجودة بالمقاتلة الاعتراضية .

$\text{ح}_{\text{هج}}$ = احتمال الهجوم (احتمال تواجد المقاتلة الاعتراضية فى قطاع يمكنها من القيام بالمناورة لاتخاذ الوضع الابتدائى للهجوم) .

$\text{ح}_{\text{١ سقط}}$ = احتمال إسقاط الهدف .

إذا هوجم الهدف الجوى بعدة أنواع مختلفة من المقاتلات الاعتراضية فإن احتمال إصابته يساوى :

$$\text{ح}_{\text{تد}} = 1 - (1-\text{ح}_1)^{\text{ى}_1} \times (1-\text{ح}_2)^{\text{ى}_2} \times \dots \times (1-\text{ح}_{\text{ن}})^{\text{ى}_{\text{ن}}}$$

حيث :

ح تد = احتمال إصابة الهدف الجوى .

ح١ ، ح٢ . ، ح ن = احتمالات إصابة الهدف فى هجوم واحد من مقاتلات مختلفة .

ى١ ، ى٢ ... ، ى ن = عدد الهجمات على الهدف الجوى بواسطة المقاتلات المختلفة .

ويجب أن يؤخذ فى الاعتبار أنه تبعاً للنسبة بين القوى (أى عدد الأهداف الجوية إلى عدد المقاتلات المشتركة فى صد الهجوم الجوى) قد تكون ى١ ، ى٢ ، ى ن أقل من واحد صحيح .

ولحساب احتمال إصابة هدف جوى بعدة هجمات بواسطة المقاتلات يستخدم الجدول رقم ٦

الجدول رقم ٦

العدد المتوسط للهجمات على هدف واحد (ى)	احتمال إصابة الهدف فى هجوم واحد ح تد				
	٠ر٢٥	٠,٥٠	٠,٧٥	٠,٨٠	٠,٩٠
٠ر٢	٠ر٠٦	٠,١٣	٠,٢٤	٠,٣٧	٠,٥٠
٠ر٤	٠ر١١	٠,٢٤	٠,٤٢	٠,٤٨	٠,٦٠
٠ر٦	٠ر١٦	٠,٣٤	٠,٥٦	٠,٦٢	٠,٧٥
٠ر٨	٠ر٢١	٠,٤٢	٠,٦٧	٠,٧٢	٠,٨٤
١ر٠	٠ر٢٥	٠,٥٠	٠,٧٥	٠,٨٠	٠,٩٠
٢ر٠	٠ر٤٤	٠,٧٥	٠,٩٤	٠,٩٦	٠,٩٩
٣ر٠	٠ر٥٨	٠,٨٨	٠,٩٨	٠,٩٩	٠,٩٩٩

ولحساب التوقع الرياضى لعدد المنتظر إسقاطه من الأهداف الجوية يمكن استخدام المعادلة التالية (بفرض ثبات احتمال الإصابة) :

$$م = ن_{هـ} \times ح_{تد}$$

حيث:

م = التوقع (المنتظر) الرياضى لعدد الأهداف الجوية المصابة .

$ن_{هـ}$ = عدد الأهداف التى تتعرض للهجوم .

$ح_{تد}$ = احتمال إصابة الهدف الجوى (ثابت لجميع الأهداف) .

والآن فلنستعرض بعض الأمثلة لحساب احتمالات الإصابة .

مثال :

احسب احتمال إصابة قاذفة قنابل تهاجمها المقاتلات بواسطة مدفعها إذا علمت أن ح = ٢٥ر٠ (احتمال ناتج أو حادث مركب : اكتشاف الهدف ومهاجمته وإسقاطه على أن يؤخذ فى الاعتبار رد الفعل الناتج من الهدف نفسه) . عدد الهجمات ٢ .

الحـــل :

$$ح_{مقت} = ١ - (١ - ٢٥ر٠)^{٢} = ٤٤ر٠$$

وإذا كان الهجوم سيتم بعدد ٥٠ قاذفة وسيمكن مهاجمتها جميعاً مرتين فإن التوقع الرياضى للعدد المنتظر إسقاطه من القاذفات يساوى :

م = ٥٠ × ٤٤ر٠ = ٢٢ قاذفة .

مثال ٢٧ :

أوجد احتمال الإصابة والتوقع الرياضي للعدد المنتظر إصابته من قاذفات القنابل اذا هوجمت كل قاذفة بواسطة مقاتلة واحدة وتم الهجوم مرة واحدة وبالمدافع فقط ($ح_١$=٠,٢٥) وعلى كل قاذفة تأخذ رقماً مزدوجا فى الترتيب (أى الثانية ، الرابعة . . . الخ) يطلق صاروخ موجه مضاد للطائرات ($ح_٢$=٠,٧٥) مع عدم وجود تداخل (jamming) ودون حساب للنيران المضادة من القاذفات ، ويشترك فى الهجوم الجوى ٥٠ قاذفة .

الحـــل :

$ح_{مفت}$ = ١ - (١ — ٠,٢٥) (١ — ٠,٧٥)٠,٥

= ١ — ٠,٧٥ × ٠,٥ = ٠,٦٢

م = ٥٠ × ٦٢ = ٣١ قاذفة

مثال ٢٨ :

أوجد احتمال الإصابة والتوقع الرياضى لعدد القاذفات المنتظر إسقاطها فى هجوم جوى بعدد ١٠٠ مقاتلة اعتراضية مع استخدام الرشاشات ($ح_١$=٠,٢٥) ، ٢٠ مقاتلة تستخدم صواريخ ذات أجنحة « جو — جو » ($ح_٢$ = ٠,٩) ، ٢٠ صاروخا مضادا للطائرات ($ح_٣$ = ٠,٧٥) .

واحسب القيم نفسها اذا كان هجوم القاذفات الجوى سيتم فى أربع مجموعات مكونة من ٢٥ قاذفة .

ويوضح الجدول رقم(٧) التالى توزيع الوسائل على المجموعات الأربعة:

الجدول رقم ٧

المجموعة	الوسائل		
	مقاتلات اعتراضية مسلحة بالمدافع والرشاشات	مقاتلات اعتراضية مسلحة بالصواريخ	صواريخ موجهة م/ط
الأولى	٥٠	١٠	١٠
الثانيـة	٢٥	٥	٥
الثالثـة	١٣	٥	٥
الرابعـة	١٢	صفر	صفر

الحـــل :

نحسب احتمال الإصابة والتوقع الرياضى لعدد القاذفات المصابة بالنسبة للحالة الأولى :

ح~مفت~ = ١ —(١ — ٠,٢٥) (١ — ٠ ٩)^٠,٢^ (١ — ٠,٧٥)^٠,٢^

= ١ — ٠,٧٥ × ٠,٥٠ × ٠,٧٦ = ٠,٧٢

م = ١٠٠ × ٠,٧٢ = ٧٢ قاذفة .

أما بالنسبة للحالة الثانية فيجب إيجاد الاحتمال والتوقع الرياضى لكل مجموعة :

ح~مفت ١~ = (١ — ٠,٢٥)^٢^ — ٢ × (١ — ٠,٧٥)^٠,٤^ × (١ — ٠,٩)^٠,٤^

= ١ — ٠,٥٦ × ٠,٥٨ × ٠,٤٠ = ٠,٨٨

م~١~ = ٢٥ × ٠,٨٨ = ٢٢

ح$_{\text{مفت٢}}$ = ١ − (١ − ٠,٢٥) (١ − ٠,٧٥)^{٠,٢} × (١ − ٠,٩)^{٠,٢}

= ١ − ٠,٧٥ × ٠,٧٦ × ٠,٥٠ = ٠,٧٢

م$_{٢}$ = ٢٥ × ٠,٧٢ = ١٨

ح$_{\text{مفت٣}}$ = ١ − (١ − ٠,٢٥)^{٠,٦} × (١ − ٠,٧٥)^{٠,٢} × (١ − ٠,٩)^{٠,٢}

= ١ − ٠,٨٤ × ٠,٧٦ × ٠,٥٠ = ٠,٦٧

م$_{٣}$ = ٢٥ × ٠,٦٧ = ١٧

ح$_{\text{مفت٤}}$ = ١ − (١ − ٠,٢٥)^{٠,٥} = ٠,١٣

م$_{٤}$ = ٢٥ × ٠,١٣ = ٣

إذن العدد الكلى للقاذفات المحتمل إسقاطها فى الحالة الثانية يساوى :

م = ٢٢ + ١٨ + ١٧ + ٣ = ٦٠

وعليه فمن المثال السابق يتضح أن تكتيك توزيع الوسائل بالتساوى على قاذفات القنابل أنسب للدفاع الجوى ، والعكس صحيح فالأنسب للقاذفات أن تنظم هجماتها بحيث تجبر الدفاع الجوى على عدم توزيع وسائله بالتساوى على المجموعات القائمة بالهجوم .

الفاعلية القتالية لقاذفات القنابل

قد تؤخذ كمقياس للفاعلية القتالية للقاذفات القيم التالية :

— احتمال إصابة هدف منفصل .

— التوقع (المنتظر) الرياضى للمساحة التى تصاب من الهدف (التوقع الرياضى للتأثير الذى يتعرض له الهدف) .

وبالإضافة الى ما سبق يجب أن يؤخذ فى الاعتبار الكفاية الفنية (Technical reliability) للطائرة (الصاروخ ذو الأجنحة) . يمكن — تجاوزاً أو فرضاً — تقسيم الطلعة القتالية الى المراحل التالية :

— الطيران الى الهدف مع تعرض الطائرة لتأثير أجهزة طائرة مختلفة من نوع الأجهزة الاعتراضية .

— الوصول الى منطقة الهدف باستخدام وسائل الملاحة الملائمة .

— التأثير فى الهدف بالذخيرة (ضرب الهدف بالذخيرة) .

— العودة الى المطار .

وتنقسم جميع الأهداف الى مجموعتين :

— ينتمى الى المجموعة الأولى الأهداف الصغيرة المقاييس التى يكفى لتدميرها إصابة مباشرة واحدة بالذخيرة المناسبة .

— وينتمى الى المجموعة الثانية الأهداف الكبيرة المقاييس ، أى ما كان له مساحة يلزم لتدميرها الحصول على عدة إصابات مباشرة .

وكمقياس الفاعلية بالنسبة للضرب على الأهداف الصغيرة المقاييس يؤخذ احتمال إصابة الهدف .

وعليه فإذا أخذنا فى الاعتبار احتمال كل مرحلة (كل ناتج) يمكننا

التعبير عن مقياس الفاعلية القتالية على أساس أنه احتمال إصابة هدف منفصل :

$$\text{ح}_{\text{تد}} = \text{ح}_{\text{و}} \times \text{ح}_{\text{ف}} \times \text{ح}_{\text{ق}}$$

حيث :

$\text{ح}_{\text{تد}}$ = احتمال إصابة هدف منفصل

$\text{ح}_{\text{و}}$ = احتمال الوصول إلى الهدف .

$\text{ح}_{\text{ف}}$ = احتمال الكفاية الفنية للجهاز الطائر .

$\text{ح}_{\text{ق}}$ = احتمال التأثير فى الهدف بفرض أن القاذفة وصلت إليه .

واحتمال الوصول إلى الهدف هو احتمال الحادث (الناتج) المضاد لاحتمال إصابة القاذفة بأى جهاز اعتراضى طائر . ويمكن تصوير هذا الاحتمال كما يلى :

$$\text{ح}_{\text{و}} = (١ - \text{ح}_١)^{\text{ى}_١} \times (١ - \text{ح}_٢)^{\text{ى}_٢} \times \cdots \times (١ - \text{ح}_{\text{ن}})^{\text{ى}_{\text{ن}}}$$

وفى حالة كون قيم $\text{ح}_١$ ، $\text{ح}_٢$ ، .. ، $\text{ح}_{\text{ن}}$ صغيرة جداً تكون المعادلة كما يلى :

$$\text{ح}_{\text{و}} = \text{هـ} - (\text{ى}_١ \text{ح}_١ + \text{ى}_٢ \text{ح}_٢ + \cdots + \text{ى}_{\text{ن}} \text{ح}_{\text{ن}})$$

حيث :

$\text{ح}_١$ ، $\text{ح}_٢$ ، ... ، $\text{ح}_{\text{ن}}$ هى احتمالات إصابة قاذفة القنابل بواسطة أى وسيلة اعتراضية خلال هجوم واحد .

$\text{ى}_١$ ، $\text{ى}_٢$ ، ... ، $\text{ى}_{\text{ن}}$ هى عدد الهجمات التى تتم بالوسائل الاعتراضية المختلفة على هذه القاذفة .

الآن لندرس احتمال إصابة الهدف الذى يكفى لتدمير الحصول على اصابة مباشرة واحدة . وسنرمز لاحتمال الحصول على إصابة مباشرة فى الهدف بواسطة قنبلة

طائرات بالحرف $ل_ق$. وفى هذه الحالة يصبح احتمال الحصول على إصابات ولو إصابة واحدة على الأقل كما يلى :

$$ح_ق = ١ - (١ - ل_ق)^{ن_ق}$$

حيث :

ل = احتمال الحصول على إصابة مباشرة فى الهدف بإسقاط قنبلة واحدة.

$ن_ق$ = عدد القنابل المسقطة معا .

أما احتمال الحصول على إصابة مباشرة فى الهدف عند إسقاط قنبلة واحدة (احتمال الحصول على إصابة مباشرة فى مستطيل) فيساوى :

$$ل_ق = \hat{د}\left(\frac{أ}{ت}\right) \times \hat{د}\left(\frac{ب}{ت}\right)$$

حيث :

$\hat{د}$ = الدالة الفرضية للابلاس .

أ ، ب = مقاييس الهدف .

ت = الاختلاف المحتمل للقنبلة .

وخلاصة القول أن احتمال تنفيذ المهمة (ألا وهى تدمير هدف منفصل صغير) يمكن تصويره بالمعادلة التالية :

$$ح_{تد} = ح_ف \left[١ - (١ - ل_ق)^{ن_ق} \right] \times هـ^{-(ى_١ ح_١ + ى_٢ ح_٢ + \cdots ى_ن ح_ن)}$$

حيث :

هـ = أساس اللوغاريتمات القاعدية ويرمز له بالرمز اللاتينى e .

والآن لندرس تأثير قاذفات القنابل على هدف كبير له مساحة كبيرة .

لنفرض أن بعض الأهداف موجودة فى مساحة ما ومتوزعة بشكل يصعب معه الفصل بينها (مثل مجموعة من الدبابات فى منطقة تجمع) ، أو بتعبير آخر ستعتبر كلها كما لو كانت هدفا واحداً كبيراً . وفى هذه الحالة يمكن الحكم على الفاعلية القتالية للقاذفات بقيمة التوقع الرياضى المساحة التى تدخل فى حدود المنطقة المؤثرة للذخيرة .

وإذا ما تغاضينا عن عاملى رد الفعل لدى العدو والكفاية الفنية واعتبرنا أن التوقع الرياضى للخسائر النسبية الناتجة من قاذفة قنابل واحدة يساوى م ، فإن التوقع الرياضى للخسائر النسبية مع وجود هذين العاملين وتأثيرهما على الفاعلية يساوى :

$$م_{رد} = م \, ح_{ف} \, ح_{و}$$

حيث :

$م_{رد}$ = التوقع الرياضى للخسائر النسبية مع وجود رد فعل نيرانى من العدو وكذا مع أخذ الكفاءة الفنيـــة فى الاعتبار كعامل حيوى .

$ح_{ف}$ = احتمال الكفاءة الفنية technical reliability .

$ج_{و}$ = احتمال نجاح القاذفة فى الوصول إلى الهدف .

ويتم إيجاد احتمال الوصول إلى الهدف بواسطة المعادلات التى سبق ذكرها . أما احتمال الكفاءة الفنية فلقد بنى على الخبرة العملية .

وعلى ذلك فإيجاد معيار (مقياس) الفاعلية القتالية للقاذفات عندما تهاجم

أهدافاً كبيرة يعتمد أساساً على التوقع الرياضى (دون أن يؤخذ فى الاعتبار عامل رد الفعل لدى العدو وعامل الكفاية الفنية) للخسائر النسبية التى يتعرض لها الهدف بواسطة قاذفة واحدة .

وإذا هوجم الهدف عدد ن مرة (قذف بالقنابل عدد ن مرة) وكانت الخسائر النسبية فى كل مرة تساوى م فمن الممكن أن نعبر عن النتيجة المتوقعة بما يلى :

$$م_{ن} = ١ - (١ - م)^{ن}$$

حيث :

$م_{ن}$ = التوقع الرياضى للخسائر النسبية التى يتعرض لها الهدف فى حالة مهاجمته وقذفه عدد ن مرة كل مستقلة عن الأخرى.

م = التوقع الرياضى للخسائر النسبية التى يتعرض لها الهدف فى حالة قذفه بالقنابل مرة واحدة .

ن = عدد مرات قذف الهدف بالقنابل .

وغالباً يتطلب الأمر معرفة كمية الذخيرة اللازم قذفها على الهدف كى تحدث به خسائر محددة .

من المعادلة السابقة يمكن استنباط معادلة للقيمة ن دون مراعاة لعاملى رد الفعل والكفاية الفنية :

$$ن = \frac{لو \ (١ - م_{ن})}{لو \ (١ - م)}$$

(علماً بأن القذف فى كل مرة تم مستقلا عن المرات الأخرى) ويطلق على هذه القيمة (ن) الوسائل التى تخصص للتدريب والتجارب .

training ground detail of means

والجدول رقم (٨) يبين لنا قيم م تبعا لقيمة التوقع الرياضى للخسائر في حالة هجوم واحد بالقنابل م وعدد المرات التى يتم فيها القذف ن .

الجدول رقم ٨

ن	م								
	٠,١٠	٠,٢٠	٠,٣٠	٠,٤٠	٠,٥٠	٠,٦٠	٠,٧٠	٠,٨٠	٠,٩٠
١	٠,١٠	٠,٢٠	٠,٣٠	٠,٤٠	٠,٥٠	٠,٦٠	٠,٧٠	٠,٨٠	٠,٩٠
٢	٠,١٩	,٣٦	٠,٥١	٠,٦٤	٠,٧٥	٠,٨٤	٠,٩١	٠,٩٦	٠,٩٩
٣	٠,٢٧	٠,٤٦	٠,٦٦	٠,٧٨	٠,٨٨	٠,٩٤	٠,٩٧	٠,٩٩	١,—
٤	٠,٣٤	٠,٥٩	٠,٧٦	٠,٨٧	٠,٩٤	٠,٩٧	٠,٩٩	١,٠٠	—
٥	٠,٤١	٠,٦٧	٠,٨٣	٠,٩٢	٠,٩٧	٠,٩٩	١,—	—	—

من الجدول — على سبيل المثال — يمكننا استنتاج أنه لتكبيد الهدف خسائر قدرها ٥٠٪ من مساحته يجب إجراء قذف القنابل تحت أى من الظروف التالية :

— فى حالة هجوم واحد م = ٠ر٥٠

— فى حالة هجومين م = ٠ر٣٠

— فى حالة ثلاث هجمات م ≐ ٠ر٢٠

مثال ٢٩ :

قارن بين الفاعلية القتالية لقاذفات قنابل ، والصواريخ ذات الأجنحة ، والصواريخ البالستيكية ، فى حالة مهاجمة ممر لأحد المطارات مغطى بطبقة معدنية ومقاييسه ٢٥٠٠ × ١٠٠ متر .

إذا علمت أن :

القيم النسبية لأنصاف أقطار التأثير التدميرى (معبراً عنها بقيم الاختلافات المحتملة) تساوى :

— لقاذفات القنابل ٣ (اختلاف محتمل)
— للصواريخ ذات الأجنحة ٦ (« «)
— للصواريخ البالستيكية ٠,٦ (« «)

وفى المتوسط :

— تتعرض القاذفة لهجوم واحد بإحدى المقاتلات التى تستخدم مدافعها فقط ($ح_{مفت}$ = ٠ر٢٥) .

— تتعرض كل قاذفة ثالثة فى الترتيب لصاروخ مضاد للطائرات ($ح_{م/ط}$ = ٠ر٧) .

الحـــل :

١ — القيم النسبية لأنصاف أقطار التأثير التدميرى :

— للقاذفة نق = ٣
— الصاروخ ذى الأجنحة $نق_{١}$ = ٦
— للصاروخ البالستيكى $نق_{٢}$ = ٠ر٦

٢ — نحسب المقاييس النسبية للهدف (معبراً عنها بقيم الاختلافات المحتملة).

لنفرض أن :

طول القاذفة = ٥ر١٢ وعرضها = $\frac{١}{٢}$
طول الصاروخ ذى الأجنحة = ٢٥ وعرضه = ١
طول الصاروخ البالستيكى = ٥ر٢ وعرضه = ١ر٠

٣ — من الرسم البيانى (شكل ١٣) نستخرج التوقع الرياضى لأطوال التداخل بمعلومية أنصاف الأقطار والمقاييس النسبية للهدف .

ثم بضرب هذه القيم بعضها فى بعض (لكل نوع على حدة) نحصل على قيمة م :

$$م_{ط} = ١/٢ \times ٠,٩٥ = ٠,٤٨$$

$$م_{صج} = ٠,٥٠ \times ١ = ٠,٥٠$$

$$م_{صب} = ٠,٢٩ \times ٠,٢٨ = ٠,٠٨$$

٤ — نحسب احتمال وصول القاذفة إلى الهدف

$$ح_{و} = (١ - ح_{مفت})^{ى_{مفت}} \times (١ - ح_{م/ط})^{ى_{م/ط}}$$

$$= (١ - ٠,٢٥)(١ - ٠,٧)^{٠ر٣٣} = ٠,٥٢$$

٥ — نحسب مقياس أو معيار الفاعلية القتالية :

$$م_{ط} = ٠,٤٨ \times ١ \times ٠,٥٢ = ٠,٢٥$$

$$م_{صج} = ٠,٥ \times ١ \times ٠,٨٠ = ٠,٤٠$$

$$م_{صب} = ٠,٠٨ \times ٠,٩ \times ١ = ٠,٠٧$$

وعليه فتحت ظروف هذا المثال يعتبر الصاروخ ذو الأجنحة هو أكثر الوسائل الثلاث فاعلية وأقلها هو الصاروخ الباليستيكى .

مثـال (٣٠) :

ستقوم قاذفات القنابل والصواريخ ذات الأجنحة والصواريخ البالستيكية بضرب هدف مقاييسه ٤ × ٤كم . قارن بين فاعلية الوسائل الثلاث إذا كانت قيم أنصاف الأقطار النسبية للتأثير تساوى :

$\text{نق}_{\text{ط}} = ٢٠$ ، $\text{نق}_{\text{صج}} = ٤$ ، $\text{نق}_{\text{صب}} = ٧ر٢$

وتقوم المدفعية المضادة للطائرات بالدفاع عن الهدف وكانت كثافتها تحقق إمكانية مهاجمة كل قاذفة قنابل وكل صاروخ ذى أجنحة مرة واحدة . وكان احتمال إسقاط القاذفة فى الهجوم الواحد (٧ر٠) ، واحتمال إسقاط الصاروخ (٥ر٠) . هذا ومن المعروف أن احتمال نجاح الصاروخ البالستيكى فى الوصول إلى الهدف يساوى (٩ر٠) .

أما احتمال الكفاية الفنية لجميع الوسائل فيساوى الواحد الصحيح .

الحل :

١ — نحسب المقاييس للهدف .

للقاذفة : الطول = العرض = ١٠

للصاروخ ذى الأجنحة : الطول = العرض = ٢

الصاروخ البالستيكى : الطول = العرض = ٣ر١

٢ — $\text{م}_{\text{ط}} = ١ \times ١ = ١$ ، $\text{م}_{\text{صج}} = ٩٨ر٠ \times ٩٨ر٠ = ٩٦ر٠$

$\text{م}_{\text{صب}} = ٩٢ر٠ \times ٩٢ر٠ = ٨٥ر٠$

٣ — $\text{ح}_{\text{و/ط}} = ١ - ٧ر٠ = ٣ر٠$

$\text{ح}_{\text{و/صج}} = ١ - ٥ر٠ = ٥ر٠$

٤ - $م_{ط١}$ = ١ × ١ × ٣ر٠ = ٣ر٠

$م_{ص ج ١}$ = ٩٦ر٠ × ١ × ٥ر٠ = ٤٨ر٠

$م_{ص ب ١}$ = ٨٥ر٠ × ١ × ٩ر٠ = ٧٧ر٠

من الحل يتضح أن الصواريخ البالستيكية هى أنسب الوسائل الثلاث لتنفيذ المهمة ، وأقلها فاعلية هى قاذفة القنابل .

مثال (٣١) :

ستوجه ضربة إلى هدف كبير مقاييسه ٢٠ × ١٠ كم . وكانت قيم أنصاف الأقطار النسبية للتأثير : $نق_{ط}$ = ٣٥ ، $نق_{ص ج}$ = ٥ر٣ ، $نق_{ص ب}$ = ٣ر٢

وأثناء طريق سير وسائل الهجوم ستتعرض لوسائل دفاع جوى كما يلى :

- ستتعرض القاذفة للهجوم بالمقاتلات مرتين فى المتوسط ($ح_{مقت}$ = ٢٥ر٠)
- سيطلق على كل قاذفة قنابل رابعة فى الترتيب صاروخ م ط ($ح_{م ط}$ = ٧ ر٠)
- عند اقتراب كل صاروخ ذى أجنحة من الهدف سيطلق عليه صاروخ م ط ($ح_{م/ط}$ = ٥ر٠)

احتمال الكفاية الفنية للصواريخ من النوعين يساوى (٩ر٠) . قارن بين الفاعلية القتالية للوسائل الثلاث .

الحـــل :

١ — القيم النسبية لنصف قطر التأثير

نق$_{\text{ط}}$ = ٣٥ ، نق$_{\text{صج}}$ = ٥ر٣ ، نق$_{\text{صب}}$ = ٣ر٢

٢ — نحسب المقاييس النسبية للهدف :

للقاذفة : الطول = ٥٠ ، العرض = ٢٥

للصاروخ ذى الأجنحة الطول = ٥ ، العرض = ٥ر٢

للصاروخ الباليستيكى الطول = ٣ر٣ ، العرض = ٧ر١

٣ — نحسب التوقع الرياضى للخسائر (شكل ١٣) :

م$_{\text{ط}}$ = ١ × ١ = ١ ، م$_{\text{صج}}$ = ٩١ر٠ × ٩٦ر٠ = ٨٧ر٠

م$_{\text{صب}}$ = ٨٦ر٠ × ٩٠ر٠ = ٧٧ر٠

٤ — نحسب احتمال الوصول إلى الهدف :

ح$_{\text{وط}}$ = (١ − ٢٥ر٠)^{٢} (١ − ٧ر٠)^{٢٠ر٠} = ٤٢ر٠

ح$_{\text{وصج}}$ = (١ − ٥ر٠)^{٥ر٠} = ٧ر٠

٥ — نحسب مقياس الفاعلية القتالية :

م$_{\text{ط١}}$ = ١ × ١ × ٤٢ر٠ = ٤٢ر٠

م$_{\text{صج١}}$ = ٨٧ر٠ × ٩ر٠ × ٧ر٠ = ٥٥ر٠

م$_{\text{صب١}}$ = ٧٧ر٠ × ٩ر٠ × ١ = ٦٩ر٠

ومن ذلك يتضح أن الصواريخ البالستيكية أكثر الوسائل الثلاث فاعلية ، وأقلها فاعلية قاذفات القنابل .

حساب كمية الوسائل الجوية اللازمة لتنفيذ مهمة قتالية

تنتمى جميع المهام المرتبطة بتقويم فاعلية الضرب على هدف مفرد ، أو أهداف مجموعة ، أو هدف ذى مساحة كبيرة ،إلى نوع من المهام يطلق عليها المهام المباشرة .

هذا ويتم تخصيص المهمة المباشرة بالطريقة التالية :

- تخصيص الوسائل اللازمة لتنفيذ المهمة .
- يتطلب الأمر إيجاد (تحديد) مقياس الفاعلية .

ومن الناحية العملية فى تخطيط الأعمال القتالية للطيران يتطلب الأمر الاهتمام بالمهام العكسية أيضاً . وفى هذه الحالة يتم البحث عن الظروف والأحوال التى تتم فيها الأعمال القتالية ، والتى تتحقق فيها قيمة محددة لمقياس الفاعلية . ومن هذه المهام العكسية تلك المهام التى ترتبط بحساب كمية الوسائل اللازمة لتنفيذ المهام القتالية ولهذه المهام العكسية قيمة كبيرة فى حياتنا العسكرية العملية .

ويمكن ضرب الأمثلة التالية لحسات كمية الوسائل الجوية :

— كم قاذفة قنابل (مقاتلة قاذفة أو صاروخ ذى أجنحة) تلزم لتدمير هدف مفرد (صغير المقاييس) مع تحقيق احتمال محدد للإصابة .

— كم مقاتلة تلزم لصدهجوم جوى وتدمير ما لا يقل عن عدد ك وحدة مع تحقيق احتمال معين لذلك .

— كم مرة يلزم فيها قذف (بالقنابل) هدف له مساحة بحيث تصل قيمة المساحة النسبية للتأثير ، وكذا احتمال إصابة ما لا يقل عن ك ٪ من مساحة الهدف ، إلى قدر معين .

ويتم حل مسألة حساب كمية الوسائل اللازمة بطريقة واحدة . ويمكن وضع التسلسل التالى لطريقة الحل :

١ – يتم اختيار مقياس الفاعلية (لنفرض أنه سيكون احتمال تنفيذ المهمة ونرمز له بالرمز $ح_م$)

٢ – نحسب احتمال إصابة الهدف بضرب طلقة واحدة (قذف واحد أو إطلاق صاروخ واحد) ونرمز له بالرمز ح .

٣ – نحسب احتمال إصابة الهدف (التأثير فيه) إذا أطلقنا عليه عدة طلقات :

$$ح_ن = ١ - (١ - ح)^ن$$

٤ – نحدد احتمال إصابة الهدف $ح_م$ المطلوب

٥ – نحسب عدد الطلقات المطلوبة لتنفيذ المهمة القتالية :

$$ن = \frac{لو (١ - ح_م)}{لو (١ - ح)}$$

وتعتبر هذه المعادلة أساس حساب كمية الوسائل اللازمة بفرض أن كل طلقة تضرب مستقلة عن باقى الطلقات .

مثال ٣٢ :

إذا كان احتمال إصابة سفينة معادية تهاجمها قاذفة قنابل واحدة تستخدم الأسلحة التقليدية (٠٫٢) ، فما هو عدد القاذفات اللازمة لتحقيق احتمال إصابة للسفينة يساوى ٠٫٧

الحـــل :

فى أمثالنا $ح_م$ = ٠٫٨ ، ح = ٠٫٢

بالتعويض عن هذه القيم فى معادلة حساب الوسائل اللازمة

نجــــد أن عدد القاذفات (ﻧ) المطلوبة يساوى :

$$ﻧ = \frac{\text{لو}(١ - ٧ر٠)}{\text{لو}(١ - ٢ر٠)} = ٥ \text{ قاذفة}$$

وإذا أردنا إيجاد كمية الوسائل اللازمة لضرب هدف له مساحة فإننا نستخدم المعادلة التالية :

$$ﻧ = \frac{\text{لو}(١ - م_ه)}{\text{لو}(١ - م)}$$

مثال ٣٣ :

عند ما تقوم قاذفة قنابل بقذف مدينة فإنها تحدث فيها خسائر نسبية تساوى م = ٢ر٠ (أى ٢٠٪ من مساحة المدينة) . ماهو عدد مرات القذف (القاذفات التى تنجح فى الوصول إلى الهدف) لكى تحدث خسائر فى المدينة تساوى م = ٨ر٠ ؟

الحــــل :

بالتعويض بالقيم الواردة فى المثال فى المعادلة السابقة نحصل على :

$$ﻧ = \frac{\text{لو}(١ - ٨ر٠)}{\text{لو}(١ \quad ٢ر٠)} = \frac{-٦٩٩ر٠}{-٠٩٦ر٠} = ٧$$

ويمكن الحصول على النتيجة نفسها باستخدام الرسم البيانى الوارد فى (شكل ١٢) .

توزيع (تخصيص) الأهداف على قاذفات القنابل

تعتبر مهمة تخصيص الأهداف أساس تخطيط الاستخدام القتالى لقاذفات القنابل ويتضمن أساس هذه المهمة تقويم فاعلية قذف القنابل على الأهداف المنفصلة .

وإذا خصصت مهمة اختيار توزيع الأهداف الذى يحقق أقصى قيمة للخسائر الكلية المتوسطة أو لتحقيق قيمة محددة للخسائر المتوسطة فمن المؤكد أن نلجأ إلى :

توزيع الأهداف بواسطة التوقع الرياضى :

وإذا تطلب الأمر توزيع الأهداف على أساس تحقيق أقصى قيمة لاحتمال تنفيذ المهمة أو لتحقيق قيمة معينة لهذا الاحتمال فمن المؤكد أن نلجأ إلى توزيع الأهداف بواسطة احتمال تنفيذ المهمة القتالية .

توزيع (تخصيص) الأهداف

بواسطة التوقع الرياضى للخسائر النسبية

يتم تنفيذ هذه المهمة بالتسلسل التالى :

لنفرض أنه قد تم تحديد الأهداف المعادية وتم تخصيص عدد الطائرات التى ستهاجمها .

فى بداية الأمر نحسب الخسائر المتوسطة التى تحدث نتيجة انفجار طلقة أو طلقتين أو أكثر . وبعد ذلك نحسب الخسائر النسبية كنسبة بين الخسائر المتوسطة والمساحة الكلية لجميع الأهداف . ثم نقوم بعمل مصفوفة matrix عناصر الخسائر النسبية .

والآن تؤدى بنا مهمة أنسب توزيع للأهداف إلى توزيع للذخيرة على الأهداف يحقق أعظم توقع رياضى للخسائر الكلية النسبية .

وسنرى فى المثال التالى طريقة حل مشكلة توزيع الأهداف .

مثال ٣٤ :

يوجد هدفان درجة تعرضهما واحدة ، ومقاييسهما مقدرة بالاختلاف المحتمل تساوى :

الأول ٢ × ٣

الثانى ٤ × ٣

ولضرب هذه الأهداف يمكن استخدام ذخيرة نصف قطر منطقة تأثيرها عند الانفجار معبراً عنه بالاختلافات المحتملة يساوى ٢ . (ملحوظة معنى معبر عنه بالاختلافات المحتملة كم اختلاف محتمل يساوى) .

ويوجد أربعة مقذوفات من هذه الذخيرة . المطلوب :

إيجاد أنسب توزيع للأهداف بمعلومية أقصى توقع رياضى للخسائر النسبية الكلية .

الحـــل :

سنقوم بادىء ذى بدء بإجراء الحسابات الخاصة بتقويم فاعلية قذف القنابل على كل هدف . فمن الرسم البيانى (شكل ١٣) نستخرج التوقع الرياضى م لخسائر النسبية .

وفى مثالنا هذا نجد أنه :

— بالنسبة للهدف الأول $م_{١}$ = ٠٫٢١٤

— بالنسبة للهدف الثانى $م_{٢}$ = ٠٫١٨٠

ومتوسط المساحات النسبية (الخسائر) التى تتجمع فى هدف واحد عند قذفه عدة مرات يساوى :

$$م_ن = ١ - (١ - م)^ن$$

وإذا ما أجرينا هذه الحسابات نحصل على :

— بالنسبة للهدف الأول :

* عند قذفه بالقنابل مرتين ٣٨٧ر٠
* عند قذفه بالقنابل ثلاث مرات ٥١٢ر٠
* عند قذفه بالقنابل أربع مرات ٦١٥ر٠

— بالنسبة للهدف الثانى :

* عند قذفه بالقنابل مرتين ٣٣٥ر٠
* عند قذفه بالقنابل ثلاث مرات ٤٤٥ر٠
* عند قذفه بالقنابل أربع مرات ٥٤٠ر٠

وسنقوم الآن بعمل مصفوفة الخسائر النسبية :

عدد مرات القذف (القنابل)	رقم الهدف ١	رقم الهدف ٢
١	٠,١٢٤	٠,١٨٠
٢	٠,٣٨٧	٠,٣٢٥
٣	٠,٥١٢	٠,٤٤٥
٤	٠,٥٤٠	٠,٦١٥

فى العمود الأول من المصفوفة وضعنا الخسائر النسبية المحسوبة بالنسبة لمساحة الهدف الأول ، وفى العمود الثانى الخسائر بالنسبة لمساحة الهدف الثانى.

ولا يجوز مقارنة هذه الخسائر النسبية بعضها ببعض ، بل يجب الوصول إلى وحدة عامة للخسائر . ولهذا الغرض يمكن إعادة حساب الخسائر بقيمها المطلقة أو كنسبة بينها وبين المساحة الكلية للأهداف أى بقسمة قيم الخسائر المطلقة على المساحة الكلية للأهداف ٢ × ٣ + ٤ × ٣ = ١٨

وفيما يلى جداول تحتوى على القيم المطلقة والقيم النسبية للخسائر منسوبة إلى المساحة الكلية للأهداف :

مصفوفة الخسائر النسبية

عدد مرات قذف القنابل	رقم الهدف ١	رقم الهدف ٢
١	١,٢٨٤	٢,١٦٠
٢	٢,٣٢٢	٤,٠٢٠
٣	٣,٠٧٢	٥,٣٤٠
٤	٣,٦٩٠	٠,٤٨٠

مصفوفة الخسائر النسبية

(منسوبة إلى المساحة الكلية للهدف)

عدد مرات قذف القنابل	رقم الهدف ١	رقم الهدف ٢
١	٠,٠٧١	٠,١٢٠
٢	٠,١٢٩	٠,٢٢٣
٣	٠,١٧٠	٠,٢٩٧
٤	٠,٣٠٥	٠,٣٦٠

وسنقوم بحل المسألة بطريقة طرق الحل الممكنة لتوزيع الأهداف . وتختلف هذه الطرق من حيث كمية الذخيرة المستخدمة ضد الأهداف .

وفيما يلى جدول يوضح طرق الحل الممكنة هذه :

رقم الحل	رقم الهدف	
	١	٢
الحل الاول	صفر	٤
الحل الثانى	١	٣
الحل الثالث	٢	٢
الحل الرابع	٣	١
الحل الخامس	صفر	٤

وبأستخدام جداول مصفوفة الخسائر النسبية وجدول طرق الحل الممكنة يمكن إيجاد متوسط الخسائر النسبية الكلية :

م١ = ٠ر٣٦٠

م٢ = ٠ر٠٧١ + ٠ر٢٩٧ = ٠ر٣٩٨

م٣ = ٠ر١٢٩ + ٠ر٢٢٣ = ٠ر٣٥٢

م٤ = ٠ر١٧٠ ٠ر١٢٠ = ٠ر٢٩٠

م٥ = ٠ر٢٠٥

نضع القيم المتحصل عليها فى جدول :

رقم الحل	الخسائر النسبية الكلية
١	٠,٣٦٠
٢	٠,٣٦٨
٣	٠,٣٥٢
٤	٠,٢٩٠
٥	٠,٢٠٥

وعلى ذلك يتضح أن أنسب توزيع للأهداف هو الحل الثانى ، وفيه يتم قذف الهدف الأول بقذيفة واحدة ، والهدف الثانى بثلاث قذائف . وكان فى إمكاننا الوصول إلى هذه النتيجة لو أننا استخدمنا مصفوفة الخسائر المطلقة.

رقم الحل	الخسائر الكلية المطلقة
١	٦,٤٨٠
٢	٦,٦٢٤
٣	٦,٣٤٢
٤	٥,٢٣٢
٥	٣,٦٩٠

من الجدولين السابقين يتضح أن ترتيب أفضلية الحل الممكنة من حيث درجة فاعليتها كما يلى :

٢ — ١ — ٣ — ٤ — ٥

وسندرس الآن كيف يتم توزيع الأهداف إذا ما حددنا نسبة الخسائر المطلوب تحقيقها فى كل هدف ، وكيف أن جميع الأهداف قد رتبت من حيث

درجة أهميتها . وفى هذه الحالة سنعتبر أن كل هدف قد تم ضربه بنوع واحد من الوسائل ، وأن الأهداف الأقل أهمية لن يخصص لها وسائل لضربها إلا بعد أن تخصص الوسائل اللازمة للأهداف الأكثر أهمية .

ولحل هذه المشكلة يجب تحديد عدد المقذوفات اللازم إطلاقها من كل وسيلة (مع أخذ كفاية reliability ورد الفعل النيرانى للعدو فى الاعتبار) بحيث تحقق خسائر نسبية محددة . وبعد ذلك يمكن وضع مصفوفة matrix عناصرها عدد الطلقات التى تحقق أحداث خسائر محددة فى الأهداف .

نوع الوسيلة	عدد الوسائل	رقم الهدف					
		١	٢	٣	..	...	ك
١	$ن_{١}$	$ه_{١١}$	$ه_{١٢}$	$ه_{١٣}$	...	..	$ه_{١ك}$
٢	$ن_{٢}$	$ه_{١٢}$	$ه_{٢٢}$	$ه_{٢٣}$	...	...	$ه_{٢ك}$
...	...	...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...	...
م	$ن_{م}$	$ه_{م١}$	$ه_{م٢}$	$ه_{م٣}$	...	...	$ه_{مك}$

وعناصر هذه المصفوفة ترمز إلى :

$ه_{١١}$ — عدد الوسائل ، من النوع الأول ، اللازمة للحصول على خسائر نسبية محددة فى الهدف الأول .

$م_{٢}$ — عدد الوسائل من النوع رقم م ، اللازمة للحصول على خسائر نسبية محددة فى الهدف رقم ٢ ، وهكذا ...

وبادىء ذى بدء يلزم دراسة فاعلية جميع الوسائل بالنسبة لهدف واحد (نبدأ بالهدف الأول لأنه أهم الأهداف وأكثرها حيوية) .

ويجب أن نستبعد من المصفوفة matrix جميع العناصر التى تعطينا دلالات محددة . ويتم هذا الاستبعاد فى الحالات التالية :

— تستبعد الوسائل التى لا تتمكن من التأثير فى الهدف .

— تستبعد الوسائل التى لا تحقق الأمان للقوات المسلحة .

— تستبعد الوسائل التى لا تحقق تنفيذ المهمة فى الوقت المحدد ... الخ .

ويمكن الأخذ بمنطق الاستبعاد فى برنامج تقرير مهمة تخصيص الأهداف بواسطة العقول الالكترونية .

ويعد هذا الاستبعاد ترتب الأهداف حسب أهميتها .

مثال ٣٥ :

ما هو أنسب تخصيص (توزيع) للذخيرة بالنسبة لنوعين من وسائل التأثير إذا كان عدد الأهداف ثلاثة . هذا وتوجد أربعة مقذوفات من النوع الأول وثلاثة من النوع الثانى .

ويبين الجدول ١ التالى متوسط الخسائر النسبية التى يزيد تحقيقها (بالنسبة لمساحة الهدف) :

الجدول ١

رقم الهدف	١	٢	٣
الخسائر النسبية المحددة	٠,٧	٠,٥	٠,٣

والجدول ب التـــالى يوضح عدد مرات الضرب على كل هدف والوسيلة المستخدمة :

الجدول ب

نوع الوسيلة	عدد الدانات	رقم الهدف		
		١	٢	٣
١	٤	٦	٤	٢
٢	٣	٣	٢	١

والآن لندرس البيانات الخاصة بالهدف الأول :

الجدول ج

نوع وسيلة الضرب	عدد الدانات	رقم الهدف
		١
١	٤	٦
٢	٣	٣

والآن لنجر الاستبعادات اللازمة :

بما أن دانات النوع الأول من الوسائل أربع ويلزم الهدف ٦ لذا يجب منع استخدام الوسيلة الأولى . ولما لم تكن توجد أنواع أخرى — أى لا مجال للاختيار — لذلك يجب استخدام ثلاث دانات من النوع الثانى فى ضرب الهدف الأول .

وفى الجدول ب نشطب خانة الهدف رقم ١ ونكتب فى خانة عدد

الدانات أمام الوسيلة رقم ٢ عدد الدانات المتبق بعد التخصيص ، أى نكتب صفر بدلا من ٣ (حيث ٣ ‍ ٣ = صفر) وبذلك نحصل على الجدول حـ .

الجدول جـ

نوع الوسيلة	عدد الدانات	رقم الهدف	
		٢	٣
١	٤	٤	٢
٢	صفـــر	٢	١

والآن لندرس خانة الهدف رقم د

الجدول د

نوع الوسيلة	عددالدانات	رقم الهدف
		٢
١	٤	٤
٢	صفر	٢

من الجدول د يتضح أنه لا مجال للاختيار أيضاً إذ لا يوجد إلا الأربع دانات من النوع الأول التى يمكن استخدامها لضرب الهدف الثانى .

بذلك يكون قد انتهى توزيع الذخيرة وتحقق أنسب توزيع :

وفى مثالنا السابق أنسب توزيع هو :

— جميع الدانات من النوع الثانى نضرب الهدف رقم ١

— جميع الدانات من النوع الأول وعددها ٤ تضرب على الهدف الثانى .

— يظل الهدف الثالث دون أن يضرب إذ أن الوسائل المتوفرة غير كافية.

وعلى ذلك يصبح الشكل النهائي لصفوفة matrix أنسب توزيع (خطة الضرب) كما يلي :

نوع الوسيلة	عـدد الدانات	رقم الهدف ١	رقم الهدف ٢	رقم الهدف ٣
١	٤	صفر	٤	صفر
٢	٣	٣	صفـر	صفر

وفى الحياة العملية قد يكون عدد الأهداف وعدد الوسائل المخصصة للاشتباك معها كبيراً جداً . وبذلك يصبح حل مثل هذه المسألة بالطريقة العادية أمرا بالغ الصعوبة قد يصل إلى حد الاستحالة . الأمر الذى يتطلب الآلات الحاسبة الألكترونية .

الحسابات المتصلة بتخطيط الأعمال القتالية
الخاصة بتدمير السفن

عند تخطيط الأعمال القتالية لتدمير السفن تجرى حسابات خاصة بإيجاد كمية الوسائل القتالية اللازمة لتدمير القوات الرئيسية لأسطول العدو . وتعتمد هذه الحسابات إلى حد كبير على نظرية الاحتمالات ، ويمكن تقسيمها إلى المراحل التالية :

— اختيار أنسب الطرق للطائرات (للغواصات) للوصول إلى منطقة سفن العدو .

— إيجاد أنسب توزيع للمجموعات الضاربة للطيران (للغواصات) على عناصر تشكيل قتال السفن ، مع مراعاة أهمية كل عنصر .

وهذه الحسابات تمكننا من تحديد :

— أنسب المناطق لتوجيه الضربة .

— أنسب خط سير للطيران (للغواصات) إلى الهدف .

— أنسب توزيع للقوات الضاربة من الطيران (الغواصات) على الأهداف .

— خسائر الطيران (الغواصات) أثناء اقترابها (على طرق الاقتراب) وأثناء توجيه ضرباتها إلى الأهداف البحرية .

وسندرس فيما يلي المعادلات التي يمكن استخدامها للوصول إلى الحسابات المرتبطة بتخطيط استخدام الوسائل القتالية للقوات البحرية في قتالها ضد سفن العدو (مع العلم بأن هذه المعادلات تقريبية) .

يجب اختيار طريق السير بعد دراسة العوامل التالية :

— وقت توجيه الضربة .

— نصف قطر المدى التكتيكى لمجموعات الطيران (الغواصات) .

— إمكانيات الدفاع الجوى (الدفاع ضد الغواصات) للعدو على طريق التحرك .

وسنقوم بادىء ذى بدء باستعراض حساب إمكانيات الدفاع الجوى (الدفاع ضد الغواصات) للعدو .

يمكن الحكم على فاعلية الدفاع الجوى (الدفاع ضد الغواصات) بواسطة احتمال الوصول إلى الهدف بواسطة مجموعات الطائرات (الغواصات) . ويتم حساب هذا الاحتمال بالمعادلة التالية :

$$ح_{و} = (١ - ح_{١})^{ى_{١}} \times (١ - ح_{٢})^{ى_{٢}} \times \cdots \times (١ - ح_{ن})^{ى_{ن}}$$

حيث :

$ح_{و}$ = احتمال الوصول إلى الهدف بواسطة الطائرات (الغواصات) .

$ح_{١}$ ، $ح_{٢}$ ، ... ، $ح_{ن}$ = احتمالات إصابة الطائرات (الغواصات) بواسطة الوسائل المختلفة للدفاع الجوى (الدفاع ضد الغواصات) فى الهجوم الواحد .

$ى_{١}$ ، $ى_{٢}$ ، ... ، $ى_{ن}$ = عدد مرات الهجوم على الطائرة (الغواصة) بوسائل الدفاع الجوى (الدفاع ضد الغواصات) المختلفة .

وبذلك يكون التوقع (المنتظر) الرياضى لعدد الطائرات (الغواصات) التى تنجح فى اختراق خط دفاعى كما يلى :

$$م = ن ح_{و} = ن (١ - ح_{١})^{ى_{١}} \times (١ - ح_{٢})^{ى_{٢}} \times \cdots \times (١ - ح_{ن})^{ى_{ن}}$$

حيث :

م = التوقع الرياضى لعدد الطائرات (الغواصات) التى تنجح فى اختراق خط الدفاع الجوى (ضد الغواصات) .

ن = عدد الطائرات (الغواصات) فى المجموعة الواحدة بما فى ذلك عدد عناصر الوقاية (الحراسة)

وإذا تطلب الأمر عبور عدة خطوط قد تتعرض لها الطائرات (الغواصات) للقتال ضد وسائل الدفاع الجوى (الدفاع ضد الغواصات) للعدو فمن الضرورى إيجاد التوقع الرياضى لعدد الطائرات (الغواصات) التى تنجح فى الاختراق (الخط الأخير هو الدفاع المباشر عن السفن) على التوالى بحساب احتمال الوصول إلى الهدف بعد خط معين ثم بضرب هذا الاحتمال فى التوزيع الرياضى لعدد الطائرات التى تنجح فى اختراق الخط السابق له .

مثال ٣٦ :

لضرب قافلة بحرية خصصت القيادة العامة ٨٠ طائرة ، وعلى الطريق إلى هذه القافلة يوجد خطا دفاع جوى للعدو . على الخط الأول نتوقع أن يشترك فى مهاجمة طائراتنا :

— حتى ٦٠ مقاتلة ، واحتمال إسقاط أى طائرة من طائراتنا يساوى ٢ر. فى الهجوم الواحد .

— حتى ٢٠ صاروخا موجها مضادا للطائرات ، واحتمال الإصابة له فى الهجوم الواحد ٦ر.

وعلى الخط الثانى قد يشترك فى مهاجمة طائراتنا :

— حتى ١٠٠ مقاتلة ، واحتمال إصابتها للهدف فى الهجوم الواحد ٤ر.

— حتى ٥٠ صاروخا مضادا للطائرات ، واحتمال الإصابة له فى الهجوم الواحد ٤ر.

المطلوب إيجاد التوقع الرياضى لعدد الطائرات التى تنجح فى الاختراق والوصول إلى القافلة البحرية لتوجيه الضربة .

الحـــل :

١ — نحسب متوسط عدد هجمات المقاتلات والصواريخ م ط على طائراتنا فى الخط الأول :

$$\text{ى}_{١} = \frac{٦}{٨} = ٠٫٧٥ \quad ، \quad \text{ى}_{٢} = \frac{٢}{٨} = ٠٫٢٥$$

٢ — نحسب احتمال الوصول إلى الهدف (احتمال النجاح فى اختراق الخط الأول) .

$$\text{ح} = (١ - \text{ل}_{١})^{\text{ى}_{١}} \times (١ - \text{ل}_{٢})^{\text{ى}_{٢}} = (١ - ٠٫٢)^{٠٫٧٥}$$

$$\times (١ - ٠٫٦)^{٠٫٢٥} = ٠٫٨٦ \times ٠٫٧٩ = ٠٫٦٨$$

٣ — نحسب التوقع الرياضى لعـــدد الطائرات التى تنجح فى اختراق الخط الأول .

$$\text{م}_{١} = \text{ن}\ \text{ح}_{١} = ٨٠ \times ٠٫٦٨ = ٥٤ \text{ طائرة}$$

٤ — نحسب العدد المتوسط لهجمات المقاتلات والصواريخ م ط على باقى الطائرات على الخط الثانى :

$$\text{ى}_{١} = \frac{١٠٠}{٥٤} = ١٫٨٥ \quad ، \quad \text{ى} = \frac{٥٠}{٥٤} = ٠٫٩٢$$

٥ — نحسب احتمال الوصول إلى الهدف (احتمال النماذج فى اختراق الخط الثانى) :

$$\text{ح} = (١ - \text{ل}_{١})^{\text{ى}_{١}} \times (١ - \text{ل}_{٢})^{\text{ى}_{٢}} = (١ - ٠٫٢)^{١٫٨٥} \times$$

$$(١ - ٠٫٤)^{٠٫٩٢} = ٠٫٦٦ \times ٠٫٨٨ = ٠٫٥٨$$

٦ — نحسب التوقع الرياضى لعدد الطائرات التى تنجح فى اختراق الخط الثانى :

م٢ = م١ × ح٢ = ٥٤ × ٠ر٥٨ = ٣١ر٣ طائرة :

وعلى ذلك فسيصل إلى منطقة تمركز قافلة السفن ٣١ طائرة (٣٩٪) من كمية الطائرات (المجموعات) .

بالأسلوب نفسه يمكن إيجاد عدد الغواصات التى يمكنها اختراق خطوط الدفاع ضد الغواصات .

وباختيار جميع الطرق الممكن سلوكها وكذا تشكيلات القتال الممكنة لتشكيلات ووحدات الطيران (الغواصات) يمكننا اختيار أحسن طرق الحل الممكنة .

وأنسب طرق الحل هو ما تتوافر فيه الشروط التالية :

— تنفيذ الضربة (المهمة) فى الوقت المحدد .

— أكبر قيمة للتوقع الرياضى لعدد الطائرات (الغواصات) التى تنجح فى اختراق الخطوط الدفاعية .

وتتلخص المرحلة التالية فى إيجاد حجم الخسائر التى يتعرض لها الهدف الذى توجه له الضربة الجوية أو البحرية باستخدام ذخيرة مختلفة ، والوصول إلى أنسب خطة لتوزيع القوة الضاربة من الطائرات (الغواصات) على السفن مع مراعاة أهمية كل هدف .

ونتيجة للعدد الكبير لطرق الحل الممكنة التى يجب دراستها نستخدم فى إيجاد أنسب الحلول الآلات الحاسبة الألكترونيه .

تقدير قيمة الوقت الذى قد تستغرقه سلسلة السيطرة

سبق أن تحدثنا فى الباب الأول عن الظروف والأحوال التى تتأثر بها السيطرة وذكرنا أن

$$ت_{سيط} < ت_{حر} - ت_{تنفذ}$$

حيث :

$ت_{سيط}$ = الوقت الذى تستهلكه عناصر (سلسلة) السيطرة

$ت_{حر}$ = الوقت الحرج

$ت_{تنفذ}$ = الوقت اللازم للقوات لتنفيذ المهمة التى تكلف بها .

بالتالى فإن :

$$ت_{سيط} = ت_{1} + ت_{2} + ت_{3}$$

حيث :

$ت_{1}$ = الوقت المستهلك فى جمع المعلومات

$ت_{2}$ = الوقت المستهلك فى اتخاذ القرار (معالجة المعلومات)

$ت_{3}$ = الوقت المستهلك فى إرسال التعليمات إلى القوات .

وبإجراء تسجيل للأزمنة السابق الحديث عنها لتنظيم معين من عناصر السيطرة (وذلك عمليا) فإننا سنجد اختلافات كثيرة بين مرات القياس مادام هذا الزمن يعتمد على عوامل تخضع لعامل المصادفة . وعليه لرفع كفاية الحسابات الخاصة بالحكم على السيطرة يجب أن توضع مواصفات للظروف والأحوال المتوسطة التى يخضع لها العمل ويراعى أى اختلاف فى المواقف المختلفة .

ولتقدير قيمة الأزمنة ت، ، ت٢ يستحسن استخدام التوقع الرياضى (القيمة المتوسطة) لهذه الأزمنة . التى تراعى ذبذبة ظهور أى قيمة من القيم عند التسجيل . فعلى سبيل المثال إذا حدث عند قياس زمن ما ت، عشر مرات أن حصلنا فى أربع مرات منها على قراءة ١ دقيقة ، وفى مرة كانت القراءة ٢ دقيقة ، وفى خمس مرات كانت ٣ دقيقة ، فإذا اعتبرنا أن احتمال ظهور هذه القيم يتناسب مع الذبذبة التى نحصل عليها فإننا نصل إلى قانون التوزيع التالى لقيم ت،

قيم ت، بالدقيقة	١	٢	٣
احتمال ظهور هذه القيم	٤ر٠	١ر٠	٥ر٠

والتوقع الرياضى للزمن ت، يساوى مجموع حاصل ضرب كل قيمة فى احتمالها أى أن :

$$م_ت = ١ \times ٤ر٠ + ٢ \times ١ر٠ + ٣ \times ٥ر٠ = ١ر٢ \text{ دقيقة}$$

والاختلاف المتوسط المربع للزمن ت، عن قيمته المتوسطة يساوى :

$$\text{الاختلاف المتوسط} = \sqrt{(١ - ١ر٢)^٢ \times ٤ر٠ + (٢ - ١ر٢)^٢ \times ١ر٠ + (٣ - ١ر٢)^٢ \times ٥ر٠} = ٠ر٩٤٣$$

وعليه فما هى قيمة الزمن ت، التى نأخذها فى حساباتنا ؟

لتقرير ذلك يجب أن نأخذ فى الاعتبار أن الزمن ت، قد يكون أكبر من التوقع الرياضى له بمقدار الاختلاف المربع المتوسط (أى أنه يساوى ١ر٢ + ٠ر٩٤٣ = ٣) وذلك فى حالة من كل ست حالات ، وبمقدار ضعف الاختلاف المربع المتوسط (أى يساوى ١ر٢ + ٢ × ٠ر٩٤٢ = ٤ دقيقة)

تقريباً فى حالتين من كل ١٠٠٠ حالة . هذا من جهة ، ومن جهة أخرى على أساس هذا الاحتمال قد يكون الزمن $ت_١$ أقل من ٢ر١ دقيقة . وعلى ذلك فكقاعدة عامة يمكن استخدام التوقع الرياضى فى حساباتنا أى ٢ر١ دقيقة . وفى بعض الحالات الخاصة فقط نعتبر أن قيمته تساوى ٣ ، ٤ دقائق وأحياناً ٥ دقائق .

ولتقدير قيمة الأزمنة $ت_٢$ ، $ت_{تنفذ}$ بفضل استخدام طرق أخرى للحساب يتحقق بها ، ويتم تحديد أو حساب الزمن المتوقع لاتخاذ القرار أو (التنفيذ) بمعلومية ثلاث قيم :

الصغرى $ت_{صفر}$ ، والعظمى $ت_{د}$

(وفى القيمة التى قد نقابلها فى الحياة العملية فى أحسن الظروف أو أسوإها ، ولكن بما لا يزيد عن ١٪ من الحالات) ، وأكثر القيم احتمالات $ت_{ح}$ (وهى التى نقابلها كثيراً فى الحياة العملية) . وفى هذه الحالة يكون الوقت المحتمل لاتخاذ القرار (أو التنفيذ) كما يلى :

$$ت = \frac{ت_{صفر} + ٤ ت_{ح} + ت_{د}}{٦}$$

أما الاختلاف المربع المتوسط فيساوى :

$$\text{الاختلاف المربع المتوسط} = \frac{ت_{٥} - ت_{صفر}}{٦}$$

أو على سبيل المثال تحت أحسن الظروف يمكن لمركز قيادة ما تجهيز قرار عن موضوع ما خلال ١٠ دقائق ، وفى أسوأ الظروف خلال ساعة وأربعين دقيقة ، وعادة (وغالبا) يجهزه فى ٤٠ دقيقة فإن الزمن المتوقع لتجهيز القرار يساوى :

$$\text{ت} = \frac{١٠ + ٤ \times ٤٠ + ١٠٠}{٦} = ٤٥ \text{ دقيقة .}$$

وفى هذه الحالة يكون الاختلاف المربع المتوسط يساوى :

$$= \frac{١٠٠ - ١٠}{٦} = ١٥ \text{ دقيقة}$$

وهـذا معناه أنه فى حالة واحدة من ست حالات يلزم لمركز القيادة ٤٥ + ١٥ = ٦٠ دقيقة ، وفى حالتين أو ثلاث حالات من مئة حالة يلزمه ٤٥ + ٢ × ٥ = ١٥َ ١ت ، وفى النهاية فى حالة أو حالتين من ١٠٠٠ حالة يلزمه ٤٥ + ٣ × ١٥ = ٣٠َ ١ت .

وكقاعدة عامة يمكن فى هذه الحسابات استخدام الزمن المتوقع (وهو فى مثالنا السابق ٤٥ دقيقة) . وفى بعض الحالات الخاصة يجب اعتباره حتى ساعة وربع ، بل ساعة ونصف . وبالحصول على قيم الأزمنة المستهلكة $ت_١$ ، $ت_٢$ ، $ت_٣$ (بطريقة أو بأخرى) وكذا مجموعها $ت_{كل}$ ، والقيمة الحرجة $ت_{حر}$ ، $ت_{تنفذ}$ لكل حالة على حدة يمكن التوصل إلى الكفاية التعبوية لعناصر السيطرة فى تقدير أى مسألة من المسائل ، واتخاذ الإجراءات الكفيلة بزيادة هذه الكفاءة .

الباب الثالث

استخدام نظرية المباريات فى الأعمال الحربية

ميدان نظرية المباريات

تضرب لنا الحياة العملية أمثلة كثيرة للقوى المتضادة ، والنزعات المتضادة ، وغير ذلك من الظواهر . وقد يتخذ هذا التضاد صورة الصدام الذى يشترك فيه جانبان كل له مصالحه الخاصة .

وهنا يمكننا أن نتساءل :

كيف يمكن التنبؤ بنتيجة الصدام إذا كانت أعمال كل جانب تتوقف على الأعمال المضادة للجانب الآخر ؟

ما هى الأعمال أو الإجراءات التى يجب اتخاذها كى تصبح نتيجة الصدام أو الصراع فى صالح أحد الطرفين ، بغض النظر عن الأعمال المضادة من الجانب الآخر التى قد يقوم بها لإعاقة الطرف الأول ؟

ما من شك أن هذه المسائل ستقابل المشتركين فى أى صدام أو صراع ما وذلك حين اختيارهم لطريقة أو أسلوب العمل الذى يتبعه كل منهم .

تعاوننا نظرية المباريات theery of games فى حل هذه المشاكل من وجهة النظر الكمية ، بأن تعطينا إجابات لسؤالين رئيسيين :

١ — كيف نعمل ؟

٢ — ما هى النتيجة المتوقعة ؟

لذلك تعتبر نظرية المباريات نظرية رياضية لاختيار القرارات فى أى صدام أو نزاع ، كما أنها تعتبر أيضاً نظرية اختيار أنسب قرار فى هذه الصدامات.

ونظرية المباريات نظرية قديمة ، تاريخية . ولقد عولجت هذه النظرية على أساس دراسة القوانين القياسية التى تحكم ألعاب : الدومينو ، والورق ، والشطرنج، وغيرذلك من الألعاب المعروفة . ولكننا ـ فى الوقت الحاضر ـ ننظر إلى هذه النظرية على أنها نظرية المجادلة أو المحاجة بكل ما تحمل هذه الكلمة من معنى (conflict situation) .

من المعروف أن مثل هذه الألعاب يمكن بناؤها على أساس « الظروف المناسبة» عندما لا تتوقف نتيجتها على قرارات المشتركين فيها. ولكن قواعد المباريات قد توضع بحيث تعتبر النتيجة ناتجا من نواتج القرارات التى يتخذها المشتركون فى المباراة . ويطلق على الخطة الشاملة للمباراة اسم « الاستراتيجية Strategy .

إن كثيراً من المباريات الشائعة تحتوى على عناصر حديثة تخضع لقانون المصادفة ، وعناصر قرارات المشتركين . فعلى سبيل المثال لا الحصر تظهر المصادفة فى توزيع الورق بين اللاعبين . ولكن ، فى الوقت نفسه ، يضع كل لاعب خطته واضعاً نصب عينيه هذه المصادفة .

وعلى ذلك فالنتيجة تتوقف على التوزيع وعلى خطة اللاعب . وعليه يعتبر الورق الذى يحصل عليه اللاعب نتيجة للتوزيع هو المعلومات الابتدائية التى يبنى عليها خطته .

وتهتم نظرية المباريات بدراسة جزء واحد من المباراة (أو اللعبة) هو ذلك الجزء الذى يتصل بتخطيط العمل . ولذلك فكثيراً ما يطلق على هذه النظرية ــ وخاصة فى معظم المراجع الأجنبية ــ اسم « نظرية المباريات الاستراتيجية Theory of strategical games » .

ولكى نحلل صداما أو نزاعا باستخدام نظرية المباريات يجب أن تكون لدينا معلومات أولية . وبواسطة هذه المعلومات نستنتج ونقوم النتائج المتوقعة

(المنتظرة) لجميع الحلول الممكنة (التوافيق الممكنة) لأعمال الجانبين .

وللحصول على هذه النتائج يمكن استخدام أساليب مختلفة بما فى ذلك طرق نظرية الاحتمالات Thyeory of probabilt .

وعليه فنظرية المباريات تختص بدراسة نتائج محددة تعتبر بيانات ابتدائية لها .

الأعمال القتالية كصدامات مختلفة

من أهم المبادىء الرئيسية لفن الحرب — عند إدارة الأعمال القتالية — عدم اتباع طريقة أو أسلوب أو حل واحد . إذ لو اتبع دائما أسلوب واحد فإن الأعمال التى تتم لن تكون جديدة أو مفاجئة للعدو ، ويمكنه بكل سهولة اتخاذ الإجراءات المضادة لها ، الأمر الذى ينتج عنه خسائر جسيمة . وفى التاريخ العسكرى أمثلة كثيرة لذلك نجح فيها الكثير من القادة ، بدراسة تكتيكات العدو واكتشافهم لنمطيتها وعدم تغيرها ، فتوقعوا ما سيحدث ، وحققوا بذلك نجاحا باهراً على أعدائهم ،

فعلى سبيل المثال : إذا اتبع جانب ما الطائرة التى تحمل القنبلة الذرية أو الهيدروجينية على رأس مجموعة الطائرات التى تحرسها فإن الطرف الآخر سيتمكن من التنبؤ بما سيتبع ويركز وسائل دفاعه الجوى على رأس التشكيل أى على هذه الطائرة بالذات ، الأمر الذى يحتمل معه إسقاطها قبل نجاحها فى أداء مهمتها .

وإذا تعود طرف من أطراف الصراع حشد قواته فى مناطق محدودة (دون انتشار لها) فسيتمكن خصمه من توجيه ضربات قوية مؤثرة له ... ... وهكذا .

وتوجد أمثلة عديدة فى الكثير من المراجع توضح خطورة اتباع طريقة

ثابتة فى أعماله الحربية . فى حرب ١٩٤٨ كان اليهود قد تعودوا من القوات المصرية أن تبدأ هجومها بتمهيد نيرانى من المدفعية على النقط القوية بالموقع تتقدم تحت سترة المشاة إلى أن تقترب من الموقع ، وعند ما تصبح على مسافة ٢٠٠ متر أو ٣٠٠ متر تبطل المدفعية نيرانها وتبدأ المشاة فى اقتحام الموقع . فاتبعوا أسلوب إخلاء التبة التى تحتلها الفصيلة أو السرية من القوات إلى الميول الخلفية لها إلى أن توقف المدفعية المصرية نيرانها فيندفع الجنود بسرعة إلى الخنادق ويبدأون فى فتح نيرانهم على المشاة القائمة بالهجوم الأمر الذى نتج عنه فى كثير من الأحيان خسائر جسيمة للقوات المصرية .

ولما تحولت المدفعية المصرية إلى أسلوب مرن فى أعمالها كان يتغير من معركة إلى أخرى تكبد الإسرائيليون خسائر جسيمة فى الأرواح والمعدات . وليس ببعيد عن الذهن معركة المدفعية المصرية فى سبتمبر عام ١٩٦٨ .

وبمثل هذا الأسلوب يمكن دراسة الموضوع من وجهة نظر الجانب الآخر . فإذا ركز العدو صواريخه المضادة للطائرات على الطائرة القائدة فإن الجانب الآخر لا يضع الطائرة الحاملة للقنبلة الذرية على رأس التشكيل ، وبذلك ينخفض احتمال إصابتها . وإذا لم يوجه هذا الطرف صواريخه إلى طائرة المقدمة فإن الطرف الآخر سيضعها على رأس التشكيل وهكذا

وفى حالة استخدام ذخيرة لها منطقة تأثير كبيرة فمن المفضل أن يتم تجميع القوات فى قطاع طولى ضيق ، والعكس صحيح فإذا كانت مساحة المنطقة المؤثرة للذخيرة صغيرة كان توزيع القوات فى مساحة كبيرة أجدى وبذلك تنخفض الخسائر إلى أقل حد ممكن .

وإذا كان العدو سيخلى الحد الأمامى لدفاعاته وينقل قواته إلى عمق الموقع مع بداية التمهيد النيرانى فمن المؤكد أن يبدأ التمهيد النيرانى على عمق الموقع ثم تنقل النيران إلى الحد الأمامى .

وعلى ذلك فعدم اتباع طريقة ثابتة للأعمال القتالية يجعل الخصم الذكى يقوم على الأقل بإنتاج نوعين من الذخيرة ، واتباع طريقتين فى أعماله القتالية ... الخ .

وخلاصة القول أن كل موقف عسكرى سيتأثر على الأقل بطريقتين للعمل أو التصرف من جانب ، وإن كان من المحتمل أن تكون هناك أكثر من طريقتين (عدة طرق) . وإذا ما عرفنا الحالات التى يستخدم فيها العدو كل طريقة فمن الممكن اختيار أحسن الطرق لمواجهته .

أو بتعبير آخر إذا علمنا كيف سيتصرف العدو فإن المهام التى تتطلب استخدام أسلوب نظرية المباريات لن تظهر أو لن يكون هناك مجال لاستخدام هذه النظرية .

ولما كان كل طرف يحاول جاهداً أن يخفى ما ينوى أن يتبعه من الأساليب فإن الطرف الآخر يجهل عادة ما هى الطريقة التى سيتبعها العدو فى الحالة موضوع الدراسة .

أهمية نظرية المباريات فى العمل الحربى

إن المواقف التى تعرضنا لها آنفا تمثل المباريات أصدق تمثيل ، ولدراستها يمكن بنجاح استخدام الجهاز الرياضى لنظرية المباريات ، الذى يمكننا من وضع خطة الأعمال التى تحقق أقصى نجاح ممكن (أقل خسائر متوسطة) . وتتلخص أهمية نظرية المباريات فى أنها توجه القيادة ومراكز القيادة (التى تقوم بدراسة المشكلة ، وليس لديها قرار واضح ، أو التى كلفت باتخاذ قرار تحت ظروف خاصة لم تتوفر لها فيها معلومات كافية) .

إن استخدام نظرية المباريات فى الأعمال الحربية يمكننا من الوصول إلى أنسب الحلول لاستخدام الوسائل القتالية (الفنية) مع أخذ الأعمال

المضادة التى يقوم بها العدو فى الاعتبار، إذا كنا نعلم ما هو الحل الذى سيتبعه فى هـذا الموقف بالذات .

وتستخدم نظرية البيانات على نطاق واسع : عند توزيع القوى التى ستشترك فى الأعمال القتالية النشيطة، وعندما تعمل كاحتياطى ،وعند اختيار تشكيل قتال القوات ، وعند اختيار طرق العمل ، وتقويم الفاعلية القتالية للأسلحة ،وغيرذلك من المهام . وسنورد فيما يلى أمثلة لهذه المهام:

المهمة رقم ١ :

توجد مجموعة من الأهداف المختلفة من حيث درجة الأهمية . ويوجد عدد من الوسائل القتالية للهجوم على هذه الأهداف ،كلها من نوع واحد . ويوجد لدى المدافع عدد من الوسائل القتالية ولـكن من نوع آخر .

ماهو أنسب توزيع لوسائل الهجوم لتوجيه ضربة للأهداف المدافع عنها حتى يمكن تكبيد العدو أكبر خسائر ممكنة ؟

المهمة رقم ٢ :

يمكن للمدافع فى دفاعه عن الهدف أن يستخدم جميع الوسائل المتوفرة أو تخصيص جزء من هذه الوسائل لتوجيه ضربة إلى مؤخرة العدو القائم بالهجوم . وعلى ذلك يجب على المهاجم أن يهاجم الهدف بجميع الوسائل أو بجزء منهـا والاحتفاظ بالجزء الآخر كاحتياطى لمجابهة احتمال تطويق العدو له .

ومن الأنسب للمهاجم أن يقسم قواته .

إذا كان ذلك صحيحاً فماهو الجزء الذى يحتفظ به كاحتياطى ؟

المهمة رقم ٣ :

يمتلك الطرف الأول عدة مطارات تتمركز بها الطائرات الهامة . أما الطرف الثانى فيريد تدمير هذه الطائرات . ولـكن ليست لديه معلومات عن أى المطارات توجد هذه الطائرات .

ما هي المطارات التي يفضل مهاجمتها كي يحقق الهدف بأكبر احتمال ممكن ؟

المهمة رقم ٤ :

لتوجيه ضربة إلى هدف ما يلزم التغلب على نظام دفاع جوى . فما هو الأنسب: توجيه ضربة إلى وسائل الدفاع بجزء من القوات وبالجزء الآخر توجه الضربة إلى الهدف ؟ أم لا يلتفت إلى وسائل الدفاع وتوجه كل الجهود إلى الهدف ؟

وما هو أنسب تقسيم إذا ما اتبع الحل الأول ؟

المهمة رقم ٥ :

يمكن للمدافع القيام بالشوشرة بعدة وسائل . ويقوم المهاجم باستخدام أنواع مختلفة من وسائل التوجيه لها درجات مختلفة من الحساسية بالنسبة للتداخل

ماهي أنسب الوسائل القتالية التي تكلف بتنفيذ المهمة ؟

من الأمثلة السابقة يتضح أن المهام التي يلزم اتخاذ قرارات خاصة بها ، مع عدم توفر معلومات كافية عن طريقة عمل وتصرف العدو ، تمثل أغلبية المهام العسكرية .

ويمكن لنظرية المباريات - فى بعض الحالات - أن تعطينا حلا لمثل هذه المشاكل (أى اتخاذ قرار عن أحسن الطرق التي تتبع) ، ولكن فى بعض الحالات الأخرى قد نلجأ إلى دراسة جميع طرق الحل المقترحة ووضعها فى تسلسل خاص بحيث تتحقق أحسن نتيجة متوسطة ممكنة . وحتى فى مثل هذه الحالة يمكن لنظرية المباريات أن تلقى ضوءاً على الاتجاه السليم أو الأنسب الواجب اتباعه لحل المشكلة بعد أن يئس الباحث من وجود حل لها .

ومن المعروف أن أى قرار ناجح لا بد أن يتصف بالحسم ، وأن يتخذ فى الوقت المناسب ، وذلك حتى فى المواقف التي نفتقر فيها إلى معلومات كافية .

وفى هذا المجال تؤدى نظرية المباريات دوراً حيويا جداً .

معلومات عن

العلاقة بين بعض الأعمال الحربية ونظرية المباريات

نعود فنكرر أنه لتحليل أى نزاع باستخدام أسلوب نظرية المباريات يجب أن نقوم بتقدير موقف ابتدائى للموقف ونخرج بمجموعة من طرق الحل الممكنة والتى سبق أن قلنا عنها إنها مجموعة من التوافيق والتباديل لتصرفات الطرفين المتنازعين .

فإذا فرضنا أن الطرف الأول يتبع ثلاثة أساليب مختلفة ، وأنه وضع لكل أسلوب أو طريقة نمطاً معيناً ، فباستنتاج مقياس الفاعلية لهذه الطرق بالنسبة لموقف معين ، وبمقارنة هذه الأساليب بعضها ببعض يمكن الخروج بأنسب الحلول أو الأساليب التى تحقق أحسن نتيجة ممكنة .

فعلى سبيل المثال : إذا نظم العدو قوات دفاعه الجوى بطريقة محددة فى الوقت الذى يمكننا فيه توجيه الضربة الجوية بإحدى طرق ثلاث مختلفة فمن الواضح أن أنسب طرق الهجوم التى يجب أن نتبعها هى تلك التى تحقق أكبر احتمال ممكن للوصول إلى الهدف .

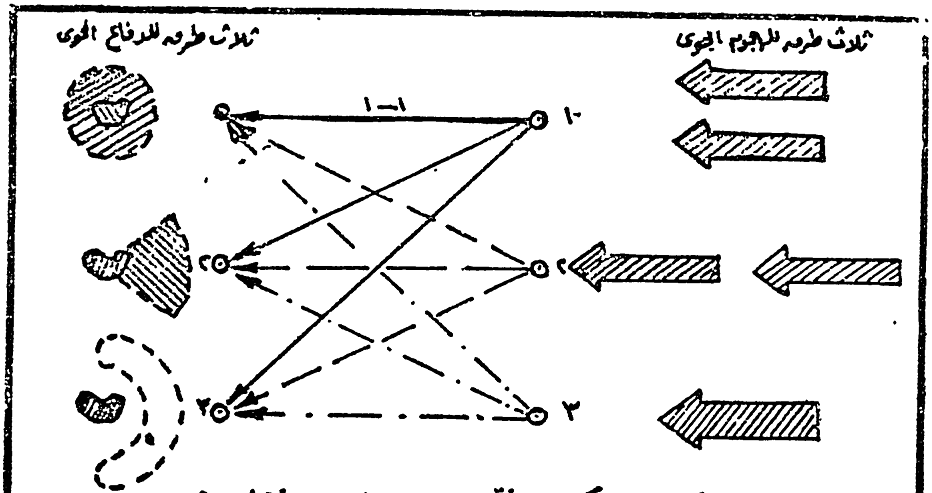
لنفرض أن احتمال الوصول إلى الهدف بالنسبة لكل طريقة من الطرق الثلاث هى ٠,٧ ، ٠,٦ ، ٠,٤ على التوالى :

طريقة الهجوم الجوى	احتمال الوصول إلى الهدف
١	٠,٧
٢	٠,٦
٣	٠,٤

فما من شك أن أفضل الطرق الثلاث هى الطريقة الأولى ، لأنها تحقق أكبر احتمال للوصول إلى الهدف (٧٠٪) .

ولكن قد يحدث (وهو ما نقابله فى الحياة العملية غالباً) أن يجهز العدو عدة طرق من طرق الحل لصد الهجوم الجوى ، ولا تعرف ما هى الطريقة التى سيتبعها إزاء صد هذا الهجوم . وعليه فكما نقول فى مثل هذه الحالات ليس لدينا معلومات كافية ومؤكدة عن العدو . كما أن التنبؤ بما سيتبعه العدو أمر صعب . ولكن يجب أن نضع فى اعتبارنا أنه ليس حرا فى اختيار الطريقة التى يتبعها . ولذلك فعن طريق دراسة العدو يمكن أن نستنتج أن تجميع قواته قد بنى على طريقة محددة من الطرق التى يتبعها عادة .

لنفرض أن العدو قد يتبع أى طريقة من الطرق الثلاث ، وأن احتمال اتباعه لأى من الطرق هو احتمال واحد ، فإذا فرضنا — على سبيل المثال : أن الطرق الثلاث المحتملة — كما فى الشكل التالى :



شكل ٢٤ - ١ التوافق الممكنة لطرق الهجوم الجوى والدفاع الجوى

فكيف نستنبط أحسن قرار إذا لم تكن ظروف وأحوال الموقف (فى هذا المثال الطريقة التى سيختارها العدو) معلومة لنا ؟

فى حالة من الحالات يبدو لنا أن الطريقة الأولى للهجوم الجوى هى

الأنسب ، وفى حالة أخرى تبدو لنا الطريقة الثانية هى الأنسب ، وهكذا . وبذلك قد يبدو لنا استحالة حل المشكلة إلا بمجرد الاختيار العشوائى .

لذلك يجب أن تحسب فاعلية كل طريقة من طرق الهجوم الجوى يمكننا اتباعها وكل طريقة من طرق الدفاع الجوى يمكن للعدو استخدامها ، ثم نقارن بين الأرقام الدالة على هذه الفاعليات . ونظرا لأن الطرق المحتمل استخدامها فى مثالنا هذا هى ثلاث طرق فقط فإن التوافيق الممكن حدوثها ستكون تسعة توافيق .

ويمكن اتخاذ احتمال الوصول إلى الهدف كمقياس للفاعلية . وعليه فلنفرض أنه نتيجة حساباتنا حصلنا على القيم التالية لاحتمالات الوصول إلى الهدف بالنسبة للتوافيق التسعة :

التوافيق الممكنة	احتمال الوصول إلى الهدف
١—١	٠,٧
١—٢	٠,٢
١—٣	٠,٣
٢—١	٠,٦
٢—٢	٠,٧
٢—٣	٠,٤
٣—١	٠,٤
٣—٢	٠,٥
٣—٣	٠,١

من البيانات الواردة بالجدول السابق نقوم بعمل جدول جديد يطلق عليه اسم تشكيل الفاعلية efficiency matrix أو مصفوفة تشكيل المباراة، أو تشكيل اللعبة.

الطرق التى قد يتبعها العدو :

		١	٢	٣
طرق الهجوم الجوى	١	٠,٧	٠,٢	٠,٣
	٢	٠,٦	٠,٧	٠,٤
	٣	٠,٤	٠,٥	٠,١

كل خانة أفقية من هذا التشكيل (أو المصفوفة) توضح لنا النتيجة التى قد يحصل عليها عند اتباع أى طريقة من طرق الهجوم الجوى ، فى حين توضح لنا كل خانة رأسية الحل الذى قد يتبعه العدو .

ملحوظة :

لكى يسهل علينا التمييز ولعدم الخلط سنرقم طرق الهجوم بأرقام رومانية وطرق الدفاع الجوى بالترقيم العادى .

وفى مثالنا هذا يعتبر التشكيل الذى صففناه تشكيل المباراة ٣×٣ الذى يعتبر غذاء للانعكاسات والحسابات والاستنتاجات التى تساعدنا فى اتخاذ القرار .

وفى واقع الأمر يتم تقدير موقف العدو على أن نضع فى الاعتبار أنه يهدف إلى خفض احتمال وصولنا إلى الهدف إلى أقل درجة ممكنة . وبالمقارنة بين الأعمدة الثلاثة يمكن اكتشاف أن الحل الثالث هو الحل الأفضل بالنسبة للعدو ، بغض النظر عن الطريقة التى سيتم بها الهجوم ، فبالنسبة للحل الأول يكون احتمال الوصول إلى الهدف أعلى منه فى حالة الحل الثالث ، وما من شك فى أن ذلك لا يناسب العدو ولذلك يجب حذف العمود الأول من المصفوفة (التشكيل).

ونتيجة للمباراة ٣×٣ وصلنا إلى مباراة ٣×٢ . وعليه فالتشكيل الجديد (أى المصفوفة المخفضة أو التشكيل المخفض) سيأخذ الشكل التالى :

طرق عمل العدو :

طرق الهجوم الجوى	٢	٣
I	٠,٢	٠,٣
II	٠,٧	٠,٤
III	٠,٥	٠,١

وبالطريقة السابقة نفسها ، أى بحذف الحلول التى لا تناسب العدو ، نكون قد اتبعنا القاعدة الرئيسية لنظرية المباريات التى بنيت على أساس أن العدو ذكى وبارع . وهذا يتفق مع مبادىء فن الحرب التى نصت على عدم الاستهانة بالعدو والاعتماد على أنه سيرتكب أخطاء .

والآن لندع العدو جانباً ونفكر فى أنفسنا . إننا نهتم أساساً بأن نحقق أكبر احتمال ممكن للنجاح فى الوصول إلى الهدف ، وما من شك فى أن طريقتنا رقم II هى التى تحقق لنا ذلك، أى أنها أنسب لنا من الطريقة رقم III ، بغض النظر عن الطريقة التى يتبعها العدو ، إذ أن احتمال النجاح فى الوصول إلى الهدف فى حالة الطريقة الثانية أعلى منه فى حالة الطريقة الثالثة ، ولذلك يجب صرف النظر عن الطريقة الثالثة ، أى استبعاد الخانة الأفقية رقم III من التشكيل ، وعليه فقد استخلصنا من المباراة ٣ × ٢ مباراة متساوية ٢ × ٢ وحلها كما يبدو أسهل بكثير من المباراتين ٣×٣ و ٣×٢ أو بتعبير أعم م×ن.

الطرق التى قد يتبعها العـدو :

		٢	٣
طرق الهجوم الجوى *	I	٠,٢	٠,٣
	II	٠,٧	٠,٤

وباستبعاد الأعمدة الأكثر صلاحية للعدو وتلك التى لا تناسبنا نكون قـد استخدمنا ما يطلق عليه اسم قاعدة التحكم أو التسلط (ويطلق عليهـا principle of domination) التى تسمح لنا — دون ما تأثير على القرار النهائى للمباراة – أن ننحرف (نبتعد) عن الحلول غير المناسبة مع تسهيل الحسابات إلى حد كبير . هذا ويجب أن نتذكر دائماً أننا سنحذف أى عمود يشابه تماما أى عمود آخر فى كل عناصره * .

* ولذا استمر الحل باتباع قاعدة التحكم يمكننا أن نرى بوضوح أن الطريقة II للهجوم الجوى فى المباراة ٢ × ٢ أنسب من الطريقة I ، ولذلك يمكن استبعاد الطريقة I كذلك . ولـكن لن نفعل ذلك حتى نعرف طريقة حل المباريات .

حل المباراة ذات النقطة المشتركة (نقطة التعادل)

لا يكفى أن نستنبط الطرق التى يجب عدم اتباعها ، لأن حل المباراة يعنى الإجابة على سؤالين :

١ — ما هى الطريقة (الاستراتيجية) التى يفضل اتباعها ؟

٢ — ما هى النتيجة المتوقعة ؟

وللبحث عن الإجابة على هذين السؤالين يجب متابعة دراسة المصفوفات (التشكيلات) matrix . وسنبدأ ، كما فعلنا من قبل ، بالعدو .

ويجب أن نفرض أن العدو سيتبع الأسلوب نفسه ، وسيختار لنفسه أنسب استراتيجية . وبدراسة طرق الهجوم الجوى واحدة بعد الأخرى فإن العدو ، وإن كان لا يعرف ما هى الطريقة التى سنختارها ، سيختار الطريقة التى تحقق له أقل احتمال ممكن لنجاحنا فى الوصول إلى الهدف . وبالنسبة للحل رقم ٢ الذى يمكنه اتباعه فإن أسوأ احتمال (بالنسبة له) فى الوصول إلى الهدف هو ٠٫٧ ، وبالنسبة للحل رقم ٣ فإن الاحتمال يساوى ٠٫٤ .

والآن لنضع هذه البيانات فى مصفوفة (أو تشكيل) يطلق عليها اسم «الأعمدة العظمى matrix maximum columns » .

الحلول التى قد يتبعها العدو :

		٢	٣
طرق الهجوم الجوى	I	٠٫٢	٠٫٣
	II	٠٫٧	٠٫٤
الأعمدة العظمى		٠٫٧	٠٫٤ (minimax)

ومن الواضح أن النتيجة ٤ر٠ التى نحصل عليها إذا استخدم العدو الحل الثالث هى انسب النتائج له . ولذلك سنضع على هذه النتيجة علامة مميزة وهى نجمة ، ونطلق عليها أصغر النهايات العظمى minimax .

والآن لنتبع كلا من طريقى الهجوم على التوالى . بفرض أن العدو سينظم دفاعاته على أساس أسوأ الحلول بالنسبة لنا . فى هذه الحالة سيكون احتمال النجاح فى الوصول إلى الهدف بالنسبة للحل الأول I ٢ر٠ إذ أن هذه القيمة هى أسوأ قيمة لهذا الاحتمال بالنسبة لنا ، وبالنسبة للحل الثانى II يساوى (٤ر٠) . ولنكتب هذه القيم يسار التشكيل أو (المصفوفة) وذلك فى خانة عنوانها : عمود القيم الصغرى .

ومن الواضح أن استخدام الحل II ، حتى ولو فى أسوأ حالة له ، يحقق لنا نتيجة أحسن من الحل رقم I . وسنميز هذه النتيجة بنجمة أيضاً ، وسنطلق عليها (وكذلك القيمة ٤ر٠) أكبر قيمة صغرى maimin أى أكبر قيمة بين القيم الصغرى .

الطرق التى قد يتبعها العدو :

		٢	٣	عمود القيم الصغرى
طرق الهجوم الجوى	I	٢ر٠	٣ر٠	٢ر٠
	II	٧ر٠	٤ر٠	* ٤ر٠
خانة القيم العظمى		٧ر٠	٤ر٠	أكبر قيمة صغرى (maximin)

أصغر قيمة كبرى
(minimax)

وعلى ذلك فى مثالنا هذا يبدو أن أكبر قيمة صغرى maximin تساوى

أصغر قيمة كبرى minimax ، إذ كل منهما تساوى (٠,٤) بمعنى أن فى كل منهما احتمال الوصول إلى الهدف يساوى (٠,٤) .

يطلق على هذا التشكيل (المصفوفة) :

« التشكيل (أو المصفوفة) ذو النقطة المشتركة » ، وهو التشكيل الذى تظهر فيه أكبر قيمة صغرى فى الخانة الراسية وأصغر قيمة كبرى فى الخانة الأفقية وتكونان متساويتين .

(وضعنا تحت هذه القيمة أو نقطة التساوى خطاً وهى تقع فى مربع تقاطع الاستراتيجيتين II ، ٣) .

وعلى ذلك فإذا كان للنزاع نقطة تعادل أو نقطة تساوى للقيمتين (أصغر قيمة كبرى وأكبر قيمة صغرى) فإن أنسب استراتيجية هى تلك الاستراتيجية التى تحتوى على هذه النقطة .

والاستراتيجية التى حصلنا عليها (واعتبرناها أنسب استراتيجية) تعطينا استنتاجا رتيبا (متكرراً) بالنسبة لأنسب طريقة عمل . وفى مثالنا هذا من المستحسن استخدام طريقة الهجوم الجوى رقم II .

وإذا ظهر أن العدو ثاقب الفكر واستخدم الحل الثالث بالنسبة لأعماله فمن الممكن أن نضمن وصول ما لا يقل عن ٤٠ ٪ من الطائرات إلى الهدف إذا ما اتبعا هذه الطريقة (حيث احتمال الوصول إلى الهدف يساوى ٤,٠). وإذا استخدم العدو حلا (طريقة) آخر فقد تتحسن النتيجة (بالنسبة للحل الأول يصل إلى الهدف ٦٠ ٪ من الطائرات ، وبالنسبة للحل الثانى ٧٠ ٪).

وبهذه الطريقة يمكن للعدو تقدير موقفه ، وما من شك فى أنه سيتبع الاستراتيجية الثالثة ، وعليه فإذا اختيرت طريقة الهجوم الجوى اختياراً سليما (أى بما يتفق والاستراتيجية رقم II) فلن يتمكن العدو من الاختراق

والوصول إلى الهدف إلا ٤٠٪ من الطائرات . أما إذا حدث خطأ فى اختيار الطريقة فإن العدو يكسب (فى حالة الطريقة I لن يصل إلى الهدف إلا ٣٠٪ من الطائرات ، وفى حالة الطريقة III سيصل ١٠٪ فقط) .

وعلى ذلك يمكن القول بأننا وصلنا إلى حل المباراة ، ويتلخص هذا الحل فيما يلى :

— يجب اتباع الطريقة الثانية (II) فى الهجوم الجوى .

— احتمال الوصول إلى الهدف يساوى ٠٫٤ (يطلق على هذه النتيجة فى نظرية المباريات ثمن المباراة) .

ثمن المباراة :

هو النتيجة التى يحصل عليها جانب ماهر حاذق يعمل ضد عدو (خصم) ماهر أيضاً ، وإذا لم يخطىء العدو لا يمكن الحصول على ثمن أعلى للمباراة ، كما يمكن ضمان عدم الحصول على ثمن من أقل النتيجة المتحصل عليها . أما إذا أخطأ العدو فقد تزيد النتيجة عن ذلك .

مما سبق يتضح أن استخدام نتائج نظرية المباريات يمكننا اتباع استراتيجية حذره ، ونجتنب المغامرات الغير مضمونة ، التى تظهر فى المنازعات التى لا تعرف ، مسبقاً ، عن ظروفها وأحوالها شيئاً .

وإذا كنا نعلم تماما ما سيفعله العدو فمن الممكن ، دون استخدام نظرية المباريات ، استنباط أحسن طريقة عمل ، ولكن إذا كنا نجهل نوايا العدو فلا يمكن بناء حساباتنا على أساس أحسن النتائج الممتازة ، وفى هذه الحالة تتركز المشكلة فى اكتشاف ما يجب أن نعتمد عليه فى تقدير الموقف ، وأن نجعل النتيجة المؤكدة التى لا تدحض أحسن النتائج ، بل وبالنسبة للأعمال الماهرة التى قد يقوم بها العدو تظل هذه النتيجة هى الوحيدة الممكنة التى

لا تتغير ، وحتى إذا ما نجح العدو فى اكتشاف الطرق التى نتبعها أو تنبأ بهـا فإن هذه النتيجة لا تتغير ما دمنا قد حصلنا عليها باستخدام أحسن الطرق المناسبة للعدو .

وفى الوقت نفسه إذا لم ندرس ونتتبع كل جوانب النزاع أو الصراع فإن الاعتماد على أحسن النتائج النظرية التى لا تعتمد على أساس سليم قد يؤدى إلى الفشل ، لأنها فى واقع الأمر (عملياً) قد تكون أسوأ النتائج .

وعند استخدام نظرية المباريات يجب أن يوضع فى الاعتبار أن أى تشكيل (مصفوفة) قد يحتوى على أكثر من نقطة (لأكبر قيمة صغرى وأصغر قيمة كبرى) .

ولذلك فقد يكون للمباراة أكثر من استراتيجية يمكن أن يطلق عليها الاستراتيجية المناسـبة ، ويتم المفاضلة بين هذه الاستراتيجيات حسب الموقف . ولـكن كثير من الصدمات الحقيقية يكون له تشكيل matrix ذو نقطة مشتركة واحدة .

حل المباراة التى ليس لها نقطة مشتركة

سنقوم بدراسة مثال آخر نفترض فيه أن التشكيل المتحصل عليها كما يلى : —

	١	٢	٣
I	٠,٥	٠,٢	٠,٤
II	٠,٦	٠,٧	٠,٣
III	٠,٤	٠,٥	٠,١

إذا قارنا هذه المصفوفة (التشكيل) بالتشكيل السابق للاحظنا أن الأختلاف بسيطاً لا يتعدى تظليل بعض المربعات . ولكن المبارات ، هنا تتميز بطبيعة مختلفة تماماً .

وكما سبق أن فعلنا سندرس الموضوع من وجهة نظر العدو ، وعلى الفور سيتضح لنا أن الحل رقم ٣ أحسن من الحل رقم ١ ، ولذلك سنشطب على الحل رقم ١ .

أما إذا نظرنا للموضوع من وجهة نظرنا نحن فسنجد أن الحل رقم II أحسن من الحل رقم III ، ولذلك سنشطب على الأخير .

وعلى ذلك تحولت المباراة من ٣ × ٣ إلى مباراة ٢ × ٢

	٢	٣	عمود النهايات الصغرى
I	٠,٢	٠,٤	٠,٢
II	٠,٧	٠,٣	٠,٣
عمود النهايات العظمى	٠ر٧	٠ر٤ (minimax)	(maximin)

والآن لنبحث عن أصغر قيمة كبرى (٠ر٤) وأكبر قيمة صغرى (٠ر٣)

ولما كانتا غير متساويتين فإن المباراة تعتبر مباراة ليس لها نقطة مشتركة وهنا يظهر التساؤل التالى :

ما هو العمل ؟

وهنا بتعبير أن العمل لابد وأن يستخدم أكثر من استراتيجية واحدة أو بتعبير آخر لا يتقيد باستراتيجية واحدة (نظيفة) .

ملحوظة :

إذا كانت القيمتان السابقتان (minimax, maximin) متقاربتان ، أى أن الفرق بينهما صغيراً جداً ، فللسهولة يمكن اعتبار أنهما متساويتان كما فى المباراة ذات النقطة المشتركة .

وفى واقع الأمر إذا استخدمنا الطريقة رقم I فقط فى هجومنا الجوى وأمكن للعدو التنبؤ بذلك مسبقاً فإنه سيستخدم دائماً الطريقة رقم (٢) لصد هذا الهجوم وبذلك لايمكننا من تحقيق احتمال النجاح فى الوصول إلى الهدف أكبر من ٢ر٠ (أى ٢٠ ٪) .

وإذا استخدمنا طريقة الهجوم رقم II وأمكن للعدو التنبؤ بها مسبقاً فإنه سيستخدم طريقة الدفاع رقم (٣) وبذلك لايزيد احتمال النجاح فى الوصول إلى الهدف عن ٣ر٠ .

وفى الوقت نفسه إذا لم نعط العدو فرصة التنبؤ بما سنفعله فمن الممكن زيادة قيمة الاحتمال المتوسط للوصول إلى الهدف إذ أن الاحتمال بالنسبة للتوافيق والتباديل الممكنة يصل إلى ٤ر٠ (كما فى التوفيق I — ٣ ، أو ٧ر٠ (كما فى حالة التوفيق II — ٢) .

ولهذا يجب أن تكون استراتيجيتنا فى كل مرة مفاجأة للعدو أى يجب

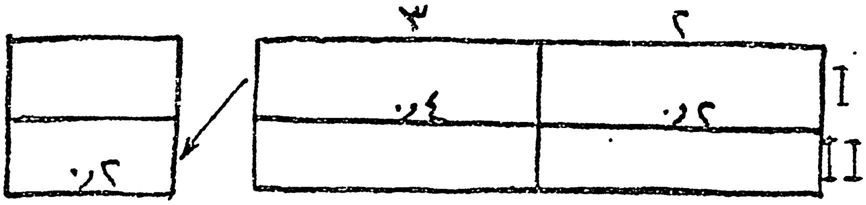
تغيير طريقة الهجوم الجوى فى غير انتظام أى بأسلوب عشوائى يخضع المصادفة ، وذلك باستخدام كلى الطريقتين I ، II .

وعلى ذلك فى الحالات التى يكون المباراة فيها نقطة مشتركة يجب استخدام استراتيجية مختلطة تتكون استراتيجيات نظيفة بالدور .

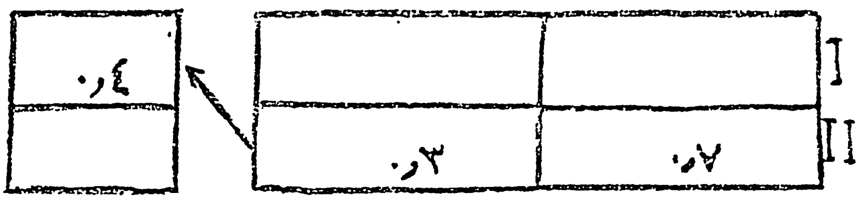
كيف إذا يمكن تحديد تسلسل استخدام هذه الاستراتيجيات النظيفة ؟

تتلخص طريقة حل هذه المشكلة ببساطة فيما يلى :

فى الخانة الأفقية الأولى نطرح القيمة الصغرى ٢و٠ من القيمة الكبرى ويدون الناتج فى خانة جديدة بحذاء الخانة الأفقية التالية .



فى الخانة الأفقية الثانية (السفلى) نطرح القيمة الصغرى (٣ر٠) من القيمة الكبرى (٧ر٠) وندونها فى الخانة الموجودة بحذاء الخانة الأفقيه الأولى .



والآن يمكن القول بأن الطريقتين I ، I I للهجوم يجب أن تستخدمان بنسبة (بذبذبة) ٤ر٠ : ٢ر٠ أى بنسبة ٢ : ١

	١	٢	التردد النسبى لطرق الهجوم
I	٠,٢	٠,٤	٢
	٠,٧	٠,٣	١

وهذا معناه أن أنسب استراتيجية مختلطة تتلخص فى استخدام طريقة الهجوم رقم I عددمرات ضعف عدد مرات استخدام طريقة الهجوم رقم II على أن يكون ترتيب وتسلسل الاستخدام بطريقةعشوائية حتى لا يتمكن العدو من التنبؤ بهذا التسلسل .

وسنقوم بدراسة الموضوع من وجهة نظر العدو .

من الممكن أن نحدد — بنفس الطريقة السابقة — أنسب استراتيجية مشتركة يمكن للعدو استخدامها .

	٢	٣
I	٠,٢	—
II	٠,٧	
التردد النسبي للعدو		٠,٥

	٢	٣
I	٠,٤	—
II	٠,٣	
التردد النسبي للعدو		٠,١

	٢	٣
I	٠,٢	٠,٤
II	٠,٧	٠,٣
التردد النسبي للعدو	١	٥

يجب على العدو أن يستخدم طريقته رقم (٣) خمس أضعاف استخدامه الطريقة رقم (٢) .

بذلك نكون قد أجبنا على السؤال :   ما هو العمل ؟

يجب اتباع استراتيجية مختلطة أى خليط بين الطريقتين I ، II ولكن مع استخدام الطريقة I عدد مرات استخدام الطريقة II .

أما بالنسبة للطريقة رقم III فلقد سبق أن وجدنا عدم جدوى استخدامها

لنعود الآن إلى التشكيل (المصفوفة) الابتدائى :

	١	٢	٣	التردد النسبى لنا
I	٠,٥	٠,٢	٠,٤	٢ يجب استخدام الطريقة رقم I
II	٠,٦	٠,٧	٠,٣	١ ضعف الطريقة رقم II
III	٠,٤	٠,٥	٠,٢	الطريقة رقم III غير صالحة
التردد النسبى للعدو	صفر	١	٥	
	من المتوقع أن لا يستخدم العدو هذه الطريقة	يجب أن نتوقع أن يستخدم العدو الطريقة رقم ٣ خمس أضعاف الطريقة رقم ٢		

الطريقة التحليلية

Analytical method

لو دققنا النظر فى كل ما سبق أن بحثناه لوجدنا أن حلول المباريات بالأسلوب المبسط السابق شرحه يتضمن أسلوب التحليل أو ما نسميه الطريقة التحليلية لحل المباراة . فبالنسبة للتشكيل ٢×٢ الذى لا يحتوى على نقطه مشتركة يمكن وضع القاعدة التالية :

العـــدو

		١	٢
قواتنا	I	${}_{1}I^{1}$	${}_{2}I^{1}$
	II	${}_{1}II^{1}$	${}_{2}II^{1}$

ويجب استخدام الاستراتيجية رقم I بذبذبة تساوى :

$$\text{ل}_{1} = \frac{\left|\text{أ}_{1}^{II} - \text{أ}_{2}^{II}\right|}{\left|\text{أ}_{1}^{I} - \text{أ}_{2}^{I}\right| + \left|\text{أ}_{1}^{II} - \text{أ}_{2}^{II}\right|}$$

وفى مثالنا السابق هذه الذبذبة تساوى :

$$\frac{\left|\text{٠,٧} - \text{٠,٣}\right|}{\left|\text{٠,٢} - \text{٠,٤}\right| + \left|\text{٠,٧} - \text{٠,٣}\right|} = \frac{\text{٠,٤}}{\text{٠,٢} + \text{٠,٤}} = \frac{\text{٤}}{\text{٦}}$$

وبنفس الطريقة الاستراتيجية رقم II نحصل على :

$$\text{ل} = \frac{\left|\text{أ}_{1}^{I} - \text{أ}_{2}^{I}\right|}{\left|\text{أ}_{1}^{I} - \text{أ}_{2}^{I}\right| - \left|\text{أ}_{1}^{II} - \text{أ}_{2}^{II}\right|}$$

$$= \frac{\text{٠,٢}}{\text{٠,٤} + \text{٠,٢}} = \frac{\text{٢}}{\text{٦}}$$

وهذا معناه استخدام الطريقـة الأولى ٤ مرات والثانية مرتين أى بنسبة ٢ : ١ وهى نفس النتيجة التى حصلنا عليها قبل ذلك .

وهنا نتساءل : وما فائدة كل ذلك ؟

للإجابة على هذا السؤال يجب حساب ثمن المباراة (النتيجة المتوسطة المتوقعة) .

إيجاد النتيجة المتوسطة المتوقعة تقويم المباراة أو ثمن المباراة

يتم إيجاد ثمن أى مباراة من بين المباريات التى لا تحتوى على نقطة مشتركة عند استخدام استراتيجيتنا المختلطة (التى اعتبرناها أنسب الحلول) ضد أحد استراتيجيات العدو (التى تعتبر أنسب استراتيجية له) .

ويعبر عن هذا الثمن أو التقويم بالنتيجة المتوسطة التى قد نحصل عليها فى حالة استخدام الاستراتيجية المختلطة فعلى سبيل المثال إذا واجه العدو استراتيجيتنا بالحل الثانى لتنظيم دفاعه الجوى فإن النتيجة المتوسطة تصبح مجموع النتائج التالية :

باتباع الطريقة رقم I مرتين فاننا نحصل فى الحالتين على النتيجة ٠,٢ أى ٢×٠,٢ = ٠,٤ ، وإذا اتبعنا الطريقة I I مرة واحدة نحصل على النتيجة ١ × ٠,٧ = ٠,٧ وعليه تكون النتيجة العامة ٠,٤ + ٠,٧ = ١,١ .

وهذا يعنى أن النتيجة المتوسطة لهجماتنا الجوية = $\frac{١,١}{٣}$ = ٠,٣٧

وبالنسبة للتشكيل (المصفوفة) فى شكلها العام :

الجانب س

الذبذبة	٣	٢	١		
ك ١	ا / I ٣	ا / I ٢	ا / I ١	I	الجانب ك
ك٢	ا / I ٣	ا / II ٢	ا / II ١	II	
ك ٣	ا / I ٣	ا / II ٢	ا / III ١	III	
	س٣	س٢	س١	الذبذبة	

ونتيجة المباراة بالنسبة للجانب ك (فى حالة إصطدامه بالحل الأول للجانب س) تساوى:

$$\frac{ك_{1}\,ا_{I1} + ك_{2}\,ا_{II2} + ك_{3}\,ا_{III2}}{ك_{2} + ك_{2} + ك_{3}}$$

وفى حالة الاصطدام بالحلين ٢ ، ٣ للجانب س تكون النتيجة المتوقعة على التوالى :

$$\frac{ك_{1}\,ا_{I1} + ك_{2}\,ا_{II2} + ك_{3}\,ا_{III3}}{ك_{1} + ك_{2} + ك_{3}}$$

$$\frac{ك_{1}\,ا_{I3} + ك_{2}\,ا_{II3} + ك_{3}\,ا_{III3}}{ك_{1} + ك_{2} + ك_{3}}$$

ولكن ليست كل نتيجة هى الثمن أوالتقويم للمباراة . فثمن المباراة هو تلك النتيجة التى تحسب عند ما تصطدم استراتيجيتنا المختلطة الأنسب بأى استراتيجية نشطة للعدو ، أى بأحد الاستراتيجيات التى لايشطب عليها أثناء التحليل الابتدائى للتشكيل .

هذا وتحسب نتيجة وثمن المباراة للجانب س بنفس الأسلوب وفى مثالنا هذا بدراسة التشكيل الابتدائى التى تقوم بحساب ثمن المباراة عند ماتصطدم استراتيجيتنا المختلطة بالاستراتيجية رقم ٢ للعدو :

	٣	٢	١	
٢	٠ر٤	٠ر٢	٠ر٥	I
١	٠ر٣	٠ر٧	٠ر٦	II
صفر	٠ر١	٠ر٥	٠ر٤	III
	٥	١	صفر	

وثمن المباراة = (٢ × ٠ر٠٢ + ١ × ٠ر٠٧ + صفر × ٠ر٠٥) / (٢ + ١ + صفر) = (٠ر٠٤ + ٠ر٠٧) / ٣

= ٠ر١١ / ٣ = ٠ر٠٣٧

ولمراجعة صحة الحل نحسب ثمن المبازاة عندما تصطدم استراتيجيتنا بالاستراتيجية رقم ٣ للعدو ، وهو يساوى :

= (ك١ I٣م + ك٢ II٣م + ك٣ III٣م) / (ك ١ + ك ٢ + ك ٣)

= (٢ × ٠ر٠٤ + ١ × ٠ر٠٣ + صفر × ٠ر٠١) / (٢ + ١ + صفر) = (٠ر٠٨ + ٠ر٠٣) / ٣

= ٠ر١١ / ٣ = ٠ر٠٣٧

واتفاق النتيجتين يؤكد لنا صحة الحل ، ويوضح لنا أن استخدامنا للاستراتيجية المختلطة الأنسب يضمن لنا احتمالا لا يقل عن ٠ر٠٣٧ فى الوصول إلى الهدف (أن ثمن المباراة لا يتغير حتى لو اصطدمت أحد استراتيجيتنا مع الاستراتيجية المختلطة الأنسب للعدو) . ولا يتوقف هذا الاحتمال على أى من الحلين الثانى أو الثالث سيستخدمه العدو أو خليطاً منهما . بما فى ذلك أنسب حل له (١ : ٥) .

وإذا ماقرر العدو اتباع الحل الأول (الذى حذفناه أثناء التحليل الإبتدائى) فسنكون الفائزين حتما لأن احتمال الوصول إلى الهدف يرتفع ليكون :

(٢ × ½ + ١ × ٠ر٠٦ + صفر × ٠ر٠٤) / (٢ + ١ + صفر) = (١ + ٠ر٠٦) / ٣ = ١ر٠٦ / ٣

= ٠ر٣٥٣ .

وإذا ما استخدمنا طريقة الهجوم الغير مناسبة والتى أعطيناها رقم III بدلا من أنسب طريقة لنا فى حسن استخدام العدو أنسب طريقة له وهى الاستراتيجية المختلطة فإن احتمال الوصول إلى الهدف ينخفض إلى :

$$\frac{\text{صفر} \times ٠٫٤ + ١ \times ٠٫٥ + ٥ \times ٠٫١}{\text{صفر} + ١ + ٥} = \frac{٠٫٥ + ٠٫٥}{٦} = \frac{١}{٦}$$

$$= ٠٫١٧$$

وإذا لم يستخدم كل منا (نحن والعدو) الاستراتيجية المختلطة الأنسب وبدلا منها استخدم كل منهما استراتيجية أخرى فقد يبدو من النتيجة أن ثمن المباراة أعلى (من ٠٫٤ إلى ٠٫٧) ، ولكنه سيكون غير مؤكد ويخضع لقانون المصادفة . وفى بعض الحالات قد يكون ثمن المباراة أقل (من ٠٫١ إلى ٠٫٣) .

طريقة الحل البيانية

يمكن حل المشكلة (المسألة) السابقة بالرسم البيانى . وقد تكون هذه الطريقة أسهل فى بعض الحالات وتعطى إجابة على السؤالين (طريقة العمل، وثمن المباراة) فى وقت واحد .

سيأخذ تشكيل (مصفوفه) المباراة بعد حذف الطرق الغير صالحة الشكل التالى :

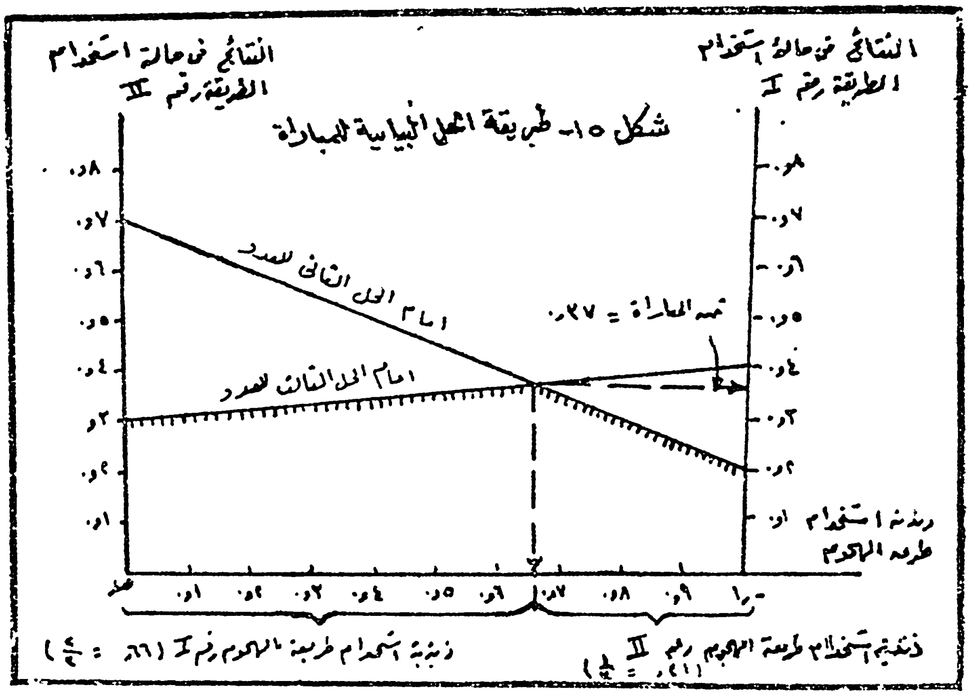
	٣	٢
I	٠٫٢	٠٫٤
II	٠٫٧	٠٫٣

ولحل هذه المسألة بيانياً يرسم محور أفقى مقسم ومدرج من صفر إلى

واحد صحيح (كل قسم يساوى ١ر٠) (شكل ١٥) . وبواسطة هذا التدريج ستتمكن من قراءة الإجابة (النتيجة) على السؤال التالى :

ماهى أنسب طرق هجوم يجب استخدامها وماهى ذبذبتها ؟

أما المحور الرأسى الأيمن فيخصص للنتائج المتوقعة إذا استخدمت طريقة الهجوم رقم (٢ر٠ ، ٤ر٠) ، وعلى المحور الرأسى الأيسر وبنفس مقياس الرسم نتائج الطريقة رقم II (٧ر٠ ، ٣ر٠)



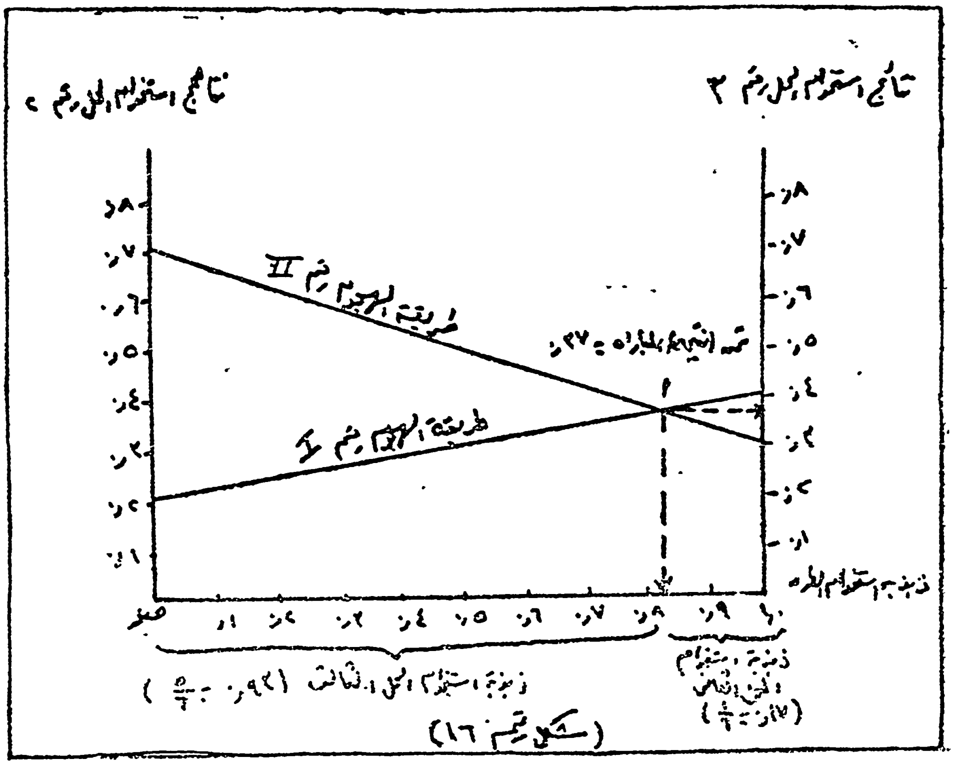
(شكل ١٥) طريقة الحل البيانية للمباراة

وعليه بعد تجهيز المحاور المختلفة نقوم بالتوصيل بخط مستقيم بين النقطة (٢ر٠) على المحور الرأسى الأيمن والنقطة (٧ر٠) على المحور الرأسى (وهو المنحنى الذى يمثل الحل الثانى لأعمال العدو) ، كما نصل بخط مستقيم النقطة (٤ر٠) على المحور الأيمن مع النقطة (٣ر٠) على المحور الرأسى الأيسر (وهو المنحنى الذى يمثل الحل الثالث لأعمال العدو) .

والجزء المظلل من المنحنيات (الخطوط) يحدد أقل نتائج المباراة يمكن

ضمان حدوثها . والنقطة أ ، الواقعة على الخطين ، تحدد أقصى قيمة يمكن ضمان الحصول عليها .

ولذلك تعتبر احداثيات النقطة أ حلا للمباراة . وعليه فمسقط النقطة أ على المحور الأفقى يقسم هذا المحور إلى قسمين النسبة بينهما تساوى النسبة بين الذبذبات التى يجب بناءاً عليها استخدام كل من الطريقتين I و II (الطريقة I تستخدم ٢/٣ عدد المرات أو الحالات ، والطريقة II ثلث عدد المرات) .



حل المباراة بالرسم البيانى من وجهة نظر العدو

ومسقط النقطة أ على المحور الرأسى يبين ثمن (نتيجة) المباراة (وهو يساوى ٠٫٣٧) .

ومما سبق يتضح أن هذه النتائج تتفق مع النتائج السابق الحصول عليها ويوضح شكل (١٦) طريقة حل المباراة بالرسم البيانى من وجهة نظر العدو.

الطريقة العملية لتحقيق نتائج حل المباراة

The practical realization of The results of The game

بعد حل المباراة يبدأ التساؤل « كيف يتم تحقيق النتائج أو التوصيات المتحصل عليها عملياً ؟ » .

وهنا يجب التفرقة بين حالتين رئيسيتين :

إذا كان تشكيل المباراة له نقطة مشتركة فمن الطبيعى أن نفترض أن العدو سيستخدم الحل أو الطريقة التى لها نقطة مشتركة . ولذلك لا يكون أمامنا إلا استخدام استراتيجيتنا المطلقة الأنسب أى يجب علينا استخدام الطريقة التى تحتوى على نقطة مشتركة كذلك .

ومن الواضح أننا سنفعل ذلك إذا كانت نتيجة المباراة لصالحنا . أما إذا كانت نتيجة الحل توضح أن ثمن المباراة صغيراً فيجب اتخاذ الاجراءات اللازمة لرفع قيمته (مثال : إسكات وسائل الدفاع الجوى للعدو أولا) أو التراجع عن العملية كلية .

وإذا لم يكون لتشكيل المباراة نقطة مشتركة فإن الاستراتيجية المناسبة ستكون الاستراتيجية المختلطة . وفى المثال الذى تعرضنا له يوضح لنا حل المباراة أن طريقة الهجوم الجوى رقم I أنسب من الطريقة رقم II واحتمال نجاحها ضعف احتمال نجاح الأخيرة .

وتتوقف طريقة تحقيق ذلك عمليا على طبيعة المهام المطلوب تنفيذها .

فعلى سبيل المثال إذا اشتركت عدة مجموعات فى الهجوم الجوى على هدف واحد يجب فى مقابل كل مجموعتين تطيران بالطريقة رقم I تشكيل مجموعة تطير (تعمل) بالطريقة رقم II .

وإذا اشترك فى الهجوم الجوى عدة مجموعات وكانت كل مجموعة منها ستهاجم هدفاً خاصاً يجب أن يهاجم ثلثا الأهداف بالطريقة رقم I ، والثلث الباقى بالطريقة رقم II .

وأخيراً إذا كلفت مجموعة معينة بمهاجمة أهداف مختلفة خلال عدة أيام فيجب أن تعمل خلال هذه الايام بالطريقتين I ، II بنسبة ٢ : ١ .

ولتحديد أى مجموعة تهاجم كل هدف واختيار الطريقة التى تستخدم فى كل يوم من الايام التى سيتم خلالها الهجوم يستحسن فى كل مرة إجراء الحـــل باستخدام آلة الاعداد التى تخضع للمصادفة ، حتى تتلافى الدورية أو الرتوبة Periodicity فى تسلسل الطرق التى يمكن للعدو توقعها أو استنتاجها ولهذا الغرض يوجد جهاز إرسال آلى للاعداد الصدفية أو جداول أعداد صدفية بواسطتها يمكننا - فى كل مرة - استنباط التعليمات اللازمة لتسلسل طرق الهجوم الجوى حسب النسبة التى قمنا بحسابها .

ولـكن يمكن استخدام أى أجهزة بسيطة فى متناول أيدينا .

لنفرض أن ثلاث مجموعات ستقوم بالهجوم على ثلاث أهداف ، وليس لدينا معلومات كافية عن الدفاع الجوى عنها . ويلزم تقرير أى مجموعتين من الثلاث مجموعات ستستخدم الطريقة رقم I وأى مجموعة ستستخدم الطريقة رقم II . وبدراسة الموقف يمكن تحديد ثلاث حالات ممكنة يمكن إتباعها :

طرق الحل الممكنة	طرق الهجوم التى يمكن استخدامها		
	المجموعة ١	المجموعة ٢	المجموعة ٣
١	الطريقة II	الطريقة I	الطريقة I
٢	الطريقة I	الطريقة II	الطريقة I
٣	الطريقة I	الطريقة I	الطريقة II

ولتحديد الحل الذى يجب علينا استخدامه فى هذا الهجوم نستخدم عقرب الثوانى للساعه . فإذا نظرت فى الساعة وكان عقرب الثوانى بين صفر ، ٢٠ ثانية فإننا نتبع الطريقة رقم (١) ، أما إذا كان العقرب يقع بين ٢٠ ، ٤٠ ثانية نتبع الطريقة رقم (٢) ، وإذا وقع بين ٤٠ ، ٦٠ ثانية نتبع الطريقة رقم (٣) . ومن الواضح أن احتمالات اختيار هذه أو تلك الطريقة متساوية لأن الفاصل الزمنى ثابت .

وعليه لننظر إلى الساعة ولنفرض أن عقرب الثوانى يشير إلى ٥٣ ثانية ، إذاً فبطريقة عشوائية نختار الحل الثالث الذى يناسبه قيام المجموعتين رقم ١ ، ٢ باستخدام الطريقة رقم I ، والمجموعة رقم ٣ الطريقة رقم II ،

وعلى ذلك فطريقة تحقيق الحل الذى نحصل عليه تتوقف على طبيعة المهمة .

والآن لننتقل إلى طريقة أخرى من هذا التحقيق .

اختبار الذخيرة بطريقة نظرية المباريات

Selection of ammunition using methods of theory of games

لنفرض أننا نعرف أن طائرات العدو فى المعركة الجوية المقبلة مع مقاتلاتنا ستنجح فى إلقاء خزانات الوقود الإضافية فى بعض الحالات ، وفى حالات أخرى ستدخل المعركة دون إلقاء هذه الخزانات . ولنفرض أن مقاتلاتنا يمكنها — فى المعركة الجوية — استخدام إما دانات حارقة فقط ، أو دانات خارقة للدروع فقط أو قد تستخدم كلا النوعين بنسبة معينة بينهما . ولنفرض أنه نتيجة الخبرة العملية اتضح أن الدانات الحارقة أكثر فاعلية ضد الطائرات التى لازالت تحتفظ بخزانات الوقود الاحتياطية (احتمال إسقاط الطائرة فى هذه الحالة = ٥ر٠ فى حين هذا الاحتمال يساوى ٣ر٠ إذا استخدمت ذخيرة خارقة للدروع) . كما أن الدانات الخارقة للدروع ضد الطائرات التى تخلصت من خزامات الوقود أكثر فاعلية (احتمال إسقاط الطائرة فى هذه الحالة يساوى ٤ر٠ فى حين احتمال سقوطها إذا استخدمت دانات حارقة يساوى ٢ر٠) .

وعليه يجب تعمير كل شريط من شرائط رشاشات ومدافع المقاتلة بكمية من الطلقات الحارقة والطلقات الخارقة للدروع بالشكل الذى يحقق لنا أكبر فاعلية فى القتال ضد طائرات العدو على أساس أننا نجهل ما إذا كان العدو سيتخلص من الخزانات الاحتياطية من عدمه ؟

إن طرق الحل الممكنة لدينا هى :

I استخدام الدانات الحارقة .

II استخدام الدانات الخارقة للدروع .

كما أن طرق الحل الممكنة لدى العدو هى :

١ — دخول المعركة دون التخلص من خزانات الوقود الاحتياطية .

٢ — التخلص من هذه الخزانات قبل دخول المعركة .

وعلينا الآن أن نضع تشكيل المباراة :

		العـــدو	١	٢	القيم الصغرى
	I		بالخزانات	بدون خزانات	
قواتنا		الدنات الحارقة	٠ر٥	٠ر٢	٠ر٢
	II	الدانات الحارقة للدروع	٠ر٣	٠ر٤	* ٠ر٣ maximin
		القيم العظمى	٠ر٥	* ٠ر٤	أكبر قيمة صغرى

وبالنظر إلى التشكيل يتضح أنه لا توجد نقطة مشتركة لأن أكبر قيمة صغرى (minimax) لا تساوى أصغر قيمة عظمى (maximin) . كما لا توجد استراتيجية مفضلة لكلى الطرفين (نحن والعدو) . ولتحديد الذبذبات النسبية سنلجأ للطريقة الرياضية (الحسابية) .

يجب علينا استخدام الدانات الحارقة (الاستراتيجية رقم I) بذبذبة

$$= \frac{\left|\text{ا}_{II_1} - \text{ا}_{II_2}\right|}{\left|\text{ا}_{I_1} - \text{ا}_{I_2}\right| + \left|\text{ا}_{II_1} - \text{ا}_{II_2}\right|} =$$

$$= \frac{\left|\text{٠ر٣} - \text{٠ر٤}\right|}{\left|\text{٠ر٥} - \text{٠ر٢}\right| + \left|\text{٠ر٣} - \text{٠ر٤}\right|} = \frac{\text{٠ر١}}{\text{٠ر١} + \text{٠ر٣}} =$$

$$\frac{\text{٠ر١٠}}{\text{٠ر٤}} = \text{٠ر٢٥}$$

وعليه يجب علينا استخدام الدانات الخارقة فى ٢٥٪ من الحالات ، واستخدام الدانات الخارقة للدروع (الاستراتيجية رقم II) فى ٧٥٪ من الحالات ، لأن ذبذبة هذه الاستراتيجية (II) يساوى :

$$\frac{|a_{I_1} - a_{I_2}|}{|a_{I_1} - a_{I_4}| + |a_{II_1} - a_{II_2}|} = \frac{|0,5 - 0,2|}{|0,5 - 0,2| + |0,3 - 0,4|}$$

$$= \frac{0,3}{0,3 + 0,1} = \frac{3}{4} = 0,75$$

و بالتالى فإن الاستراتيجية المختلطة الأنسب لنـا تتلخص فى استخدام الدانات الخارقة للدروع بكميات تساوى ثلاث أضعاف الدانات الخارقة :

العـــدو

		١	٢	الذبذبة
قواتنـا	I	٠,٥	٠,٢	
	II	٠,٣	٠,٤	

والآن لنحسب ثمن المباراة (أى لنحسب احتمال إسقاط طائرات العدو فى حالة اتباعنا للاستراتيجية المختلطة الأنسب ضد الاستراتيجية رقم ١ للعدو).

$$\text{ثمن المباراة} = \frac{١ \times \tfrac{١}{٢} + ٣ \times ٠,٣}{١ + ٣} = \frac{٠,٥ + ٠,٩}{٤} = \frac{١,٤}{٤}$$

$$= ٠,٣٥$$

وإذا حسبنا هذا الاحتمال فى حالة استخدامها ضد الاستراتيجية رقم ٢ للعدو فإننا سنحصل على نفس النتيجة الأمر الذى يثبت صحة حل المباراة :

$$\text{ثمن المباراة} = \frac{١ \times ٠,٢ + ٣ \times ٠,٤}{١ + ٣} = \frac{٠,٢ + ١,٢}{٤} = \frac{١,٤}{٤}$$

$$= ٠,٣٥$$

ويمكن الحكم على صحة حل المباراة لأن الثمن (النتيجة) المتحصل عليها تقع فى الحدود بين أكبر قيمة صغرى (٠,٣) وأصغر قيمة كبرى (٠,٤) .

وعليه يجب أن يكون قرارنا (حلنا المباراة) كما يلى :

— علينا أن نستخدم الدانات الخارقة للدروع ثلاث أضعاف الدانات الحارقة .

— فى هذه الحالة لا يقل احتمال إسقاط الطائرات المعادية عن ٠,٣٥ بغض النظر عن اسلوب عمل العدو .

كيف نستخدم النتيجة المتحصل عليها عملياً ؟

فى مثالنا هذا تعتبر سلامة تعمير شرائط الذخيرة هى أحسن طريقة لتحقيق هذه النتائج . لذلك يجب تعمير الشريط بحيث يوضع بعد كل طلقة حارقة ثلاث طلقات خارقة للدروع .

وإذا كان معدل النيران للمدافع ٥٠ طلقة فى الثانية — على سبيل المثال : فسيتم خلال قصفة مدتها ثانيتين ضرب ١٠٠ طلقة منها ٢٥ حارقة ، ٧٥ خارقة للدروع .

كيف تستخدم نظرية المباريات في الصدام المسلح الحقيقي ؟

علينا الآن أن نستعرض باختصار ماذا يجب عمله كى نستخدم نظرية المباريات فى أى صدام حقيقى :

١ — نحصر الإمكانيات المتوفرة لدينا .

٢ — نحصر الإمكانيات المتوفرة لدى العدو .

فى مثل هذه الحالات تعتبر معلومات الضابط وقدرته على الحكم السليم على الأمور ذات أهمية بالغة لأن الإنسان الجاهل قد ينظر إلى الكثير من العوامل على أنها غير هامة الأمر الذى يؤدى إلى حدوث ارتباكات كثيرة فى الصدام القائم .

٣ — نحسب أو نقيم النتائج المرتبطة بكل زوجين من الاستراتيجيات .

وفى الحياة العملية قد يتطلب الأمر قياس أشياء أحيانا لا تعطى أساساً لقياسها عددياً ، ولكن يجب مراعاة أنه — على سبيل المثال : لمعرفة أطول جندى فى الصف لايلزم قياس أطوال جميع الأفراد . فى كثير من الحالات يمكن الاعتماد على المقارنة ، وذلك عندما تكون ظاهرة ما مميزة بشكل واضح بالنسبة لظاهرة أخرى ، الأمر الذى يمكننا من إجراء تقييم كمى للظواهر .

٤ — نقوم بوضع مصفوفة matrix الفاعلية (تشكيل المباراة) .

٥ — مراجعة المباراة بالنسبة للنقطة المشتركة . فإذا وجدنا نقطة مشتركة فإن العمل ينتهى عند ذلك ، ويجب استخدام الاستراتيجية التى تحتوى على هذه النقطة المشتركة .

(ملحوظة : تعتبر لعبة الشطرنج مباراة ذات نقطة مشتركة . فلو قمنا بحساب جميع الاستراتيجيات الممكنة للاعبين لتمكنا من الحصول على هذه

النقطة ؛ وبالتالى الوصول إلى أنسب خطة ، ولكن المشكلة تتلخص فى أن عدد الخطط المختلفة فى هذه اللعبة كثيراً جداً وبذلك لا يمكن عملياً حساب أنسب استراتيجية بطرق نظرية المباريات) ، وثمن المباراة – فى هذه الحالة – سيساوى القيمة الواضحة فى النقطة المشتركة ، وإذا استخدم أى من الأعداء استراتيجية أخرى فإنه يخسر .

أما إذا لم تكن هنالك نقطة مشتركة فمن الممكن القول بأن ثمن المباراة يقع بين أكبر قيمة صغرى (maximim) وأصغر قيمة كبرى minimax ، ولتحديد نقطة ثمن المباراة وبالتالى أنسب خطة (استراتيجية) يجب الاستمرار فى التحليل .

٦ – مراجعة المباراة للتأكد من وجود أو عدم وجود استراتيجية متفوقة ، وبتعبير آخر هل توجد لدى كل من الطرفين استراتيجية غير صالحة إذا ماقورنت بالاستراتيجيات الأخرى ، وأن ذلك واضحاً جلياً ، ولتنفيذ ذلك يجب مقارنة عناصر الاستراتيجيات ببعضها البعض ، فإذا اتضح أن استراتيجية ما – على سبيل المثال : رقم II تتفوق على أو تتساوى مع الاستراتيجية رقم III ، يجب أن نشطب على الاستراتيجية رقم III .

٧ – تحديد الذبذبة (التردد) النسبية التى يجب أن تستخدم بناء عليها الاستراتيجية المتبقية (المنتقاة) ، وفى هذه الحالة تصبح ذبذبة الاستراتيجيات الغير مناسبة – التى نحصل عليها كما ذكرنا فى الفقرة ٦ عاليه – تساوى صفراً ، أى لا يجوز اختيار أى منها على أنها استراتيجية صالحة أو مناسبة .

٨ – حساب ثمن (نتيجة) المباراة :

لمراجعة صحة حل ثمن المباراة يجب حسابه بعدة طرق ، ويعتبر الحل صحيحاً إذا تساوى الثمن عندما تضاد الاستراتيجية المختلطة الأنسب لأى من الطرفين أى استراتيجية نظيفة تدخل تحت عنوان الاستراتيجية المختلطة

الأنسب للطرف الآخر ، ومن الطبيعي أن ثمن المباراة المحسوب لأى طرف: يجب أن يساوى ثمن المباراة المحسوب للطرف الآخر .

٩ — وضع صيغة حل المباراة :

يتكون حل المباراة من نقطتين :

(أ) ما هى الاستراتيجية وبأى ذبذبة يجب اتباعها .

(ب) ثمن المباراة المتوقع .

١٠ — تطبيق النتيجة المتحصل عليها عملياً :

تعتبر نظرية المباريات صالحة للاستخدام فى الحياة العملية حتى بالنسبة للأعمال المنفردة (التى تحدث مرة واحدة) ، أما الحل فيرجح الاستراتيجية المختلطة ، وفى هذه الحالة توضح نظرية المباريات الخواص التى يجب توافرها فى الآلات الحاسبة الخاصة بالأعداد الصدفية ، ولكن إذا كانت المباراة لا تحتوى على نقطة مشتركة يتم الحصول على نتيجة يعتمد عليها بالحسابات المتكررة (repated calculations) .

وعليه يمكن القول بأن نظرية المباريات يمكنها — فى عدد من الحالات — معالجة خطة أعمال تحول النجاح المتوسط إلى أقصى نجاح ممكن (أو الخسائر المتوسطة إلى أقل خسائر ممكنة) ، وتتلخص القيمة الرئيسية لنظرية المباريات فى أنها تعطى الإنسان الاتجاه الذى يجب أن يسلكه لحل أى مشكلة ليس لها حل واضح ، ولو أن هذه النظرية لا تعطى حلا حاسما لهذه المشاكل إلا أنها تحدد الاتجاه السليم الذى يجب أن تركز فيه الجهود لحلها .

لقد تعرضنا لطرق حل المباريات التى تتفق مع تشكيل ٢×٢ ، ولكن هذا لا يعنى أنه لا توجد حلول للمباريات ذات التشكيل الأكبر ، بل يتم حل مثل هذا المباريات بواسطة الآلات الحاسبة الألكترونية (مباريات ذات تشكيل م×ن) ، وتوجد لذلك مراجع خاصة .

أسس العلم العسكرى التى تتفق مع نظرية المباريات

يحتمل أن يكون القارىء قد لاحظ أن طرق الدراسة أو التحليل المستخدمة فى نظرية المباريات ، وكذا الاستنتاجات المتحصل عليها ، تتشابه (من حيث روحها) مع أسس العلم العسكرى (فن الحرب) .

لذلك فى نهاية هذا الفصل سنتعرض مرة أخرى ، و باختصار ، لنواحى التشابه بين نظرية المباريات والأعمال الحربية .

فى نظرية المباريات لا نكتفى بالحصول على الحل بل يجب صياغة المهمة إذا لم تكن لدينا صورة واضحة عن الإمكانيات التى يمتلكها الطرفان .

وفى الأعمال الحربية لا يمكن تخصيص مهمة سليمة للقوات أو اتخاذ قرار سليم دون إلمام تام بأساليب أعداد القوات ومعدات القتال وإمكانياتها ، وكذا معلومات كاملة عن العدو وعن الموقف .

إن نظرية المباريات تثبت أن الطرف الذى يتبع طريقة ثابتة سيتعرض حتما لخسائر جسيمة .

ويزخر التاريخ العسكرى بالأمثلة التى توضح كيف أدت الأعمال المتكررة الغير مرنة إلى الهزيمة حتى بالنسبة للطرف الأقوى ، وترى نظرية المباريات أن ننظر إلى العدو على أنه على درجة عالية من المهارة ، وعليه فاختيار أسلوب عملنا مع اعتبار أن العدو ذكياً وماهراً هو القاعدة الرئيسية لنظرية المباريات .

ويشهد التاريخ العسكرى أيضاً أن الاستهانة بالعدو كانت فى أكثر من حالة من الحالات سبباً فى الهزيمة الساحقة ، ولذلك يتطلب فن الحرب الدراسة العميقة ومعرفة نواحى الضعف والقوة فيه . لا يجوز أن تبنى القرارات الخاصة بالأعمال القتالية على أخطاء العدو المحتملة ، بل يجب افتراض أن العدو سيتصرف تصرفا سليما ، أما إذا ما أخطأ فيجب استغلال هذا الخطأ

إلى أقصى حد . تزداد صعوبة الوصول إلى حل أو قرار فى نظرية المباريات كلما زاد عدد الحلول الممكنة للأعمال التى قد يتبعها الطرفان المتنافسان .

هذا وقد تتشابه الأعمال القتالية . فإذا كانت المبادأة فى يد العدو ، وكان حر الحركة ، فإن القتال ضده يكون صعباً ؛ ولذلك يتطلب فن الحرب الحصول على المبادأة — كأسبقية أولى — وحرمان العدو من حرية الحركة ، وفرض إرادتنا عليه ، الأمر الذى تنخفض معه حرية العدو فى اختيار طرق الحل المفتوحة لأعماله ، ويصبح من السهل اتخاذ القرار السليم الذى يكبده خسائر جسيمة .

إن الاستطلاع — كما هو معروف للجميع — من أهم أنواع أمن القتال فبالإستطلاع وحده يمكن معرفة تصرفات العدو الأكثر احتمالا ، وبالتالى لا نضطر لتحليل عدد كبير جداً من الطرق ، وهو أمر وإن كان ممكناً من الناحية النظرية إلا أنه غير عملى .

هذا ولوضع العدو فى موقف يصعب عليه فيه اتخاذ قرار، كما يجب منع استطلاعه من معرفة نوايانا أو الحصول على أى معلومات لها أهمية .

ولذلك كان الإخفاء والتمويه من أهم أنواع أمن القتال .

مما سبق يتضح لنا من هذه النظرة العابرة للعلاقة بين نظرية المباريات والأعمال الحربية أن الاستنتاجات التى خرجنا بها من هذا العلم ، المتفرع من الرياضيات ، تعتبر مفيدة فى الحياة العملية . كما أنها تثبت عدم صحة مايراه البعض من أن استخدام الرياضيات فى العمل الحربى قد يؤدى إلى البعد عن الواقع . فى واقع الأمر تساعدنا الرياضيات على التعمق فى تحليل القوانين القياسية التى تحكم الأعمال القتالية . ولا يمكن أن نبتعد عن واقع الحياة لأنها فى حد ذاتها انعكاس للواقع نفسه .

الباب الرابع

استخدام طرق البرمجة (*) فى الأعمال الحربية

Application of mathematical programming in millitary work

Subject of mathematical programming ميدان البرمجة

البرامج الرياضية عبارة عن مجموعة من الطرق الرياضية المستخدمة فى تقرير أنسب (أحسن) تخطيط للأعمال الموجهة ، ونقصد بالأعمال الموجهة التصرفات الآدمية التى يمكننا أن نتحكم فيها بشكل أو بآخر .

ويهتم العلم الحديث بمسائل التخطيط فى كل ميادين النشاط البشرى مثل : الصناعة ، والنقل ، والزراعة ... وغيرها من الأعمال ، ومن الأمور ذات الأهمية الكبيرة تخطيط الأعمال القتالية للقوات ، التى تتلخص مهمته فى الاستخدام السليم للقوات والوسائل فى المعركة والعملية .

وبوجه عام تتلخص مهمة التخطيط فيما يلى :

لنفرض أن المطلوب هو تنظيم بعض الأعمال أو سلسلة من التدابير التى ترمى إلى هدف معين ، وقد يطلق على هذا العمل الهادف إسم العملية .

وتتلخص المهمة فى تخطيط العملية بطريقة تجعلها أكثر فاعلية ، أو بتعبير آخر أن تحقق المطالب المرجوة منها على أحسن وجه .

ولكى يتوفر لهذه المهمة (أحسن تخطيط) خواص كمية محددة يجب وضع مقياس (معيار criterian) لتقويم نجاح وفاعلية العملية .

وكما ذكرنا فى الباب الأول يتوقف معيار الفاعلية على طبيعة العملية ،

(*) تسمى أيضاً البرمجة Programm planning .

وهدفها ، ومضمونها (محتوياتها) ، ويتم تحديد هذا المعيار لكل حالة من الحالات .

إن مهمة التخطيط الأنسب تتلخص فى اختيار طريقة تنظيم الأعمال التى يكون فيها لمقياس الفاعلية أكبر قيمة أو أصغر قيمة (طرفا النهاية) . فإذا رغبنا فى زيادة القيمة العددية لمقياس الفاعلية (مثل : زيادة عدد الأهداف المعادية التى نصيبها) تكون المهمة المطلوبة هى الحصول على أكبر (أقصى) قيمة للمقياس (المعيار) . أما إذا كان إنقاص قيمة المقياس مناسب لنا .

(مثال : زمن نقل القوات إلى منطقة الأعمال القتالية) تكون المهمة هى الحصول على أصغر (أقل) قيمة للمقياس .

ويمكن تحويل مهمة البحث عن القيمة الصغرى إلى مهمة البحث عن القيمة العظمى بعكس إشارة المقياس .

أن الرياضة الحديثة تعالج عدداً كبيراً من الطرق التى تمكننا من حل مسألة السيطرة الأنسب ، التى يمكن أن يطلق عليها اسم :

« طرق اختطاط البرامج الرياضية » .

وهذه التسمية تؤكد حقيقة أن هذه الطرق تمكننا من وضع برنامج خطة الأعمال ، والتحول من برنامج إلى برنامج آخر أحسن .

هذا ويمكن تقسيم طرق اختطاط البرامج الرياضية إلى نوعين :

— الكلاسيكية (التقليدية) .

— الغير كلاسيكية (الغير تقليدية) .

وينتمى إلى الطرق الكلاسيكية — التى يتم دراستها فى مادة التحليل الرياضى mathematical analysis - طرق إيجاد الدوال العظمى والصغرى ،

وحساب التغاير calculus of variations — وينتمى إلى الطرق الغير كلاسيكية ، التى ظهرت فى السنوات الـ ٢٠ — ٣٠ الأخيرة ، طرق اختطاط البرامج الديناميكية ، والخطية ، linear ، والغير خطية (مستقيمة) ... الخ .

تستخدم طريقة الحصول على دالة النهاية العليا (العظمى) ودالة النهاية الدنيا (الصغرى) على نطاق وأسع فى حل المسائل الخاصة بأنسب نظام سيطرة (بما فى ذلك الأعمال الحربية) .

وتتلخص هذه الطريقة فى ما يلى :

للحصول على النهايتين العليا والدنيا (المقياس — الذى يمثل دالة لقيم متغيرة كثيرة) تتم إيجاد المعاملات التفاضلية لكل المتغيرات وتساويها بالصفر ، وبواسطة المعادلات التى نتحصل عليها نقوم بإيجاد قيم المتغير (ويتم بواسطتها كذلك إيجاد أنسب سيطرة) التى تحقق لنا النهايتين العليا والدنيا .

ولكن هذه الطريقة لا تستخدم فى جميع الأحوال لتحديد أنسب أسلوب سيطرة ، وخاصة فى الكثير من الأعمال الحربية ، وذلك للأسباب التالية :

١ — إذا كانت القيم المتغيرة التى يتوقف عليها المقياس (أو المعيار) فإن هذه الطريقة لإيجاد الأمثل (optimum) تصبح معقدة للغاية .

٢ — لا تضمن هذه الطريقة الوصول إلى حل ، فمن المعلوم أن المعامل التفاضلى للدالة إذا كان يساوى صفراً فليس هذا دليلا على أن الدالة لها نهايتين عليا ودنيا ، وعليه يتطلب الأمر مراجعة إضافية بإيجاد التفاضل الثانى الأمر الذى يزيد من صعوبة الحل .

هذا بالإضافة إلى أن هذه الطريقة لا تمكننا من إيجاد النهاية العظمى

maximum أو النهاية الصغرى minimum ، (*) إذا كانت هذه النهاية تقع على أطراف منطقة القيم الممكنة للكمية المتغيرة .

وأخيراً يجب أن نذكر هنا أن كثيراً من الحالات التي تقابلنا في الحياة العملية — وخاصة عند تنفيذ مهام قتالية — لا يجوز مفاضلة (إيجاد المعامل التفاضلي) مقياس (معيار) الفاعلية لأن المتغيرات المطلقة (المستقلة) قد لا تكون كميات متصلة (دالة متصلة) وتكون غير متصلة .

ولتوضيح ذلك نلجأ إلى (علم) التفاضل والتكامل الذي يوضح لنا معنى الاتصال وعدم الاتصال .

تعريف الدالة المتصلة :

ونفرض أن س ، ص قيمتان متناظرتان للمتغير المستقل والدالة . فإذا كان لأية متتابعة اختيارية من قيم المتغير المستقل $س_١$ ، $س_٢$ ، … ، $س_ن$ ، … ، نهاية هي س وكانت المتتابعة المناظرة لقيم الدالة $ص_١$، $ص_٢$ ، … ، $ص_ن$ ، … تتقارب دائماً للنهاية ص فإنه يقال للدالة أنها متصلة عند القيمة س للمتغير المستقل .

عدم الاتصال :

لنأخذ مثلا الدالة $\frac{حا س}{س}$ ، فلكل من البسط والمقام قيمة معينة عند أى قيمة للمتغير س وخارج القسمة له وجود ولكن عندما س = صفر

(*) يقال أن للدالة نهاية عظمى عند نقطة ما إذا كانت قيمة الدالة عند هذه النقطة أكبر من أى قيمة أخرى لها عند النقط المجاورة التي تسبق أو تلي هذه النقطة مباشرة .

ويقال أن للدالة نهاية صغرى عند نقطة ما إذا كانت قيمة الدالة عند هذه النقطة أصغر من أى قيمة أخرى لها عند النقطة المجاورة التي تسبق أو تلي هذه النقطة مباشرة .

يأخذ الكسر الصورة الغير معينة $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$. وحقيقة أن القيمة واحد تنسب إلى الكسر عندما $س = $ صفر .

كذلك الدالة د (س) قد تكون قيمتها لا نهائية عند قيمة خاصة مثل $س_1$ من قيم س ومعنى هذا أنه بالقرب من $س = س_1$ يمكن جعل القيمة المطلقة للدالة تزيد عن أي كمية نريدها مهما كانت كبيرة ونعبر عن هذا بالصيغة :

$$\lim_{س \to س_1} د(س) = \infty$$

إن حساب التغاير : calculus of variation

هو طريقة إيجاد القيم العظمى والصغرى للدوال .

والدالة عبارة عن متغير يرتبط (يتوقف على) بمتغير آخر فإذا ارتبط متغير ص بمتغير آخر س بعلاقة ما بحيث إذا أعطينا قيمة للمتغير س تحددت قيمة المتغير ص لذلك تسمى ص دالة فى المتغير س .

ويمكننا حساب التغاير بحل مسائل السيطرة المثلى أو الأنسب التي يتوقف فيها المعيار على الدوال وليس على الكمية المتغيرة .

ولكن هذه الطريقة لا تستخدم على نطاق واسع فى الحياة العملية لنفس الأسباب (تقريباً) التى ذكرناها بالنسبة للنهايات العظمى والصغرى .

البرمجة (اختطاط البرامج) الخطية (المتصلة) :

هى طريقة استنباط الحل الأمثل عندما يكون معيار الفاعلية عبارة عن دالة متصلة لمتغير مستقل .

وفى الوقت الحاضر تستخدم هذه الطريقة على نطاق واسع فى حل الكثير

من المهام فى العمل العسكرى ، وفى هذا الباب سنقوم بدراسة هذه الطريقة أكثر تفصيلا ومؤيدة بأمثلة توضيحية .

البرمجة الغير متصلة (الغير خطية) :

هى طريقة استنباط الحل الأمثل للمهام التى يكون فيها معيار الفاعلية والنهايات عبارة عن دالة غير متصلة للمتغير .

وتعتبر هذه الطريقة أصعب من سابقتها ، وتجرى فى الوقت الحاضر دراسات كثيرة لتطويرها . هذا وكثير من المهام المرتبطة بتخطيط استخدام وسائل القتال ، مثال :

عند استخدام عدة وسائل ضد هدف واحد .

البرمجة العددية numerical program planning

هى طريقة الحصول على الحل الأمثل للمهام على شكل رقم صحيح ، أى عندما يتفق الحل مع النهاية العظمى أو الصغرى لمعيار (مقياس) الفاعلية ويتم إيجاده بواسطة مجموعة من المتغيرات على شكل أعداد صحيحة .

عند حل مهام (مسائل) السيطرة الأمثل ، عندما يكون المتغير عدداً صحيحاً . تستخدم طرق البرمجة الرياضية (وضع البرامج الرياضية) ، ولكن بمواصفات محددة ، وتعتبر هذه المواصفات (أو الخواص) دفعة لتطوير طريقة البرمجة (اختطاط البرامج) العددية ،وكثير من المهام الحربية ، مثل : توزيع الأهداف على وسائل الدفاع الجوى أو على وسائل التأثير للقوات البرية ... الخ ، تتطلب استخدام طريقة البرمجة العددية .

البرمجة المحتملة (أو اختطاط البرامج المحتملة) :

هى طريقة لاختيار نظام السيطرة الأمثل فى العمليات التى تلعب فيها

المصادفة دوراً ملموساً . ففي مثل هذه الأمور يتم تحديد هذا النظام ليس فقط بالحالة الابتدائية للطريقة وأسلوب السيطرة المنتخب ولكنه يتوقف كذلك على الصدفة طالما أن بعض المتغيرات تتصف بصفة الصدفة أي أنها تخضع لقاعدة المصادفة ، ولهذا السبب أطلق على طريقة استنباط القرار الأمثل اسم البرمجة المحتملة (أو اختطاط البرامج المحتملة planning probable programm)

هذا ويتم حل بعض مسائل البرمجة المحتملة عن طريق دراسة الخواص المتوسطة (التوقعات الرياضية) للنظام أو الطريقة .

بهذا الأسلوب ، الذي يؤدي إلى أن الطريقة المحتملة يمكن مسبقا ، قبل تنفيذ المهمة ، استبدالها بأنموذج محدد غير صدفي .

وهي تعطينا نتائج لا بأس بها في الحالات التي يتكون فيها نظام السيطرة من عدد كاف من الأهداف :

(مثال : نظام الدفاع الجوي ، الذي يشتمل على كمية كبيرة من الوسائل النشطة) ، وفي كثير من المهام المحتملة التي تخضع للتخطيط قد لا تستخدم هذه الطريقة لأنها في بعض الحالات تسبب أخطاءاً جسيمة ، وفي حالات أخرى لا تصلح كلية .

وفي الوقت الحاضر تجري البحوث بغرض الوصول إلى طرق خاصة لمعالجة هذه المهام .

البرمجة الديناميكية dynamical programm planning :

هي طريقة إيجاد الأسلوب الأمثل ذو المراحل المتعدد الخطوات ، والذي فيه يوجد في كل مرحلة خطوة واحدة مناسبة .

وتتلخص هذه الطريقة في أنه للبحث عن نظام السيطرة الأمثل تجزأ

العملية إلى عدد من الخطوات أو المراحل المتتالية ، وعليه فالتخطيط نفسه يصبح متعدد الخطوات ويتطور من مرحلة إلى أخرى ، وفى كل مرة يتم البحث عن أنسب أسلوب سيطرة فى مرحلة أو خطوة واحدة .

ويجب أن يوضع فى الاعتبار أن أسلوب السيطرة فى كل خطوة نقوم باختياره مع مراعاة الآثار التى ستترتب عليه فى المستقبل .

إن اختطاط البرامج (البرمجة) الديناميية هو تخطيط بعيد النظر أى أنه تخطيط يأخذ فى الاعتبار ما سيكون ، واستخدام هذا الأسلوب فى العمليات الحربية يمكننا من الخروج باستنتاجات كثيرة عن توزيع القوى والوسائل على مراحل العملية يحقق لنا أكبر تأثير ممكن لاستخدامها .

ولتوضيح ما سبق نورد المثال التالى :

لنفرض أننا سنقوم بوضع خطة هجوم جوى بواسطة القاذفات المقاتلة لتدمير البطاريات المضادة للطائرات للعدو ، ولنفرض أن وسائل الدفاع الجوى للعدو موزعة فى أنساق بعمق على شكل خطوط متوازية ، وقبل الوصول إلى خط من هذه الخطوط يجب على القاذفات المقاتلة أن تعبر منطقة التأثير النيرانى له ، أى أنها ستتعرض لهجوم مضاد من هذه الوسائل . هذا ويمكن للوسائل المضادة للطائرات لكل خط من هذه الخطوط أن تفتح نيرانها ليس فقط على القاذفات المقاتلة التى تهاجم الأهداف الموجودة على هذا الخط ولكن على القاذفات المقاتلة التى تهاجم الأهداف الموجودة على الخطوط التالية ، ويتم هجوم القاذفات المقاتلة على أهدافها على شكل موجات متتالية كالآتى :

— الموجة الأولى تهاجم الوسائل المضادة للطائرات على الخط الاول .

— الموجة الثانية تهاجم الوسائل المضادة للطائرات على الخط الثانى وهكذا .

وما من شك أن الموجة الأولى ستتعرض لبعض الخسائر عند عبورها منطقة التأثير النيرانى لوسائل الخط الأول وبعد ذلك تقوم الطائرات المتبقية (التى تنجح فى عبور هذه المنطقة) بمهاجمة البطاريات المضادة للطائرات الموجودة على هذا الخط ، الأمر الذى ينتج عنه تدمير هذه البطاريات .

ونتيجة قيام الموجة الأولى بمهاجمة أهداف الخط الأول يعتبر الدفاع المضاد للطائرات للعدو على هذا الخط قد تم إسكاته جزئياً .

بعد ذلك تقوم المجموعة الثانية من الطائرات بمهاجمة الخط الثانى ، وأثناء عبورها الخط الأول الذى تم إسكاته جزئياً ، تتعرض لبعض الخسائر ، ثم تدخل فى منطقة التأثير النيرانى للخط الثانى فتتعرض لخسائر جديدة ، وفى النهاية يقوم الجزء من الطائرات الذى ينجح فى الوصول إلى أهداف الخط الثانى بمهاجمة هذه الأهداف ، وهكذا .

وعليه فإن خطة هذا الهجوم الجوى قد توضع كما يلى :

توزيع القاذفات المقاتلة المتيسرة على الموجات بحيث يتحقق تدمير أكبر عدد متوسط من الوسائل المضادة للطائرات على جميع الخطوط، لقد خصصت المهمة ، التى درسناها عاليه ، بفرض أن الهدف من الأعمال القتالية هو تدمير الوسائل المضادة للطائرات للعدو ، وعليه فمعيار (مقياس) الفاعلية هنا هو العدد المتوسط من الوسائل المضادة للطائرات للعدو التى ننجح فى تدميرها .

ومن الممكن دراسة مهمة أخرى عندما تقوم القاذفات بالتغلب على (عبور) نظام دفاعى مضاد الطائرات منسق بعمق ، وذلك لتوجيه ضربة جوية إلى قوات وأهداف العدو الموجودة فى العمق ، ولتنفيذ هذه المهمة الهامة بنجاح يخصص جزء من هذه القاذفات لإسكات الوسائل المضادة للطائرات للعدو .

وكمقياس لفاعلية هذه الأعمال القتالية يستحسن استخدام العدد المتوسط القاذفات التي تنجح في عبور جميع خطوط دفاعات العدو المضادة للطائرات وتكون جاهزة لتنفيذ أي مهام قتالية تالية .

ويمكن حل هذه المسألة بطريقة اختطاط البرامج الديناميكية .

ذكرنا فيما سبق أنه أثناء التخطيط المتتالي يجب اختيار أسلوب السيطرة بما يتفق وما سيحدث بعد ذلك ، ولكن توجد لهذه القاعدة شواذ . فالخطوة الأخيرة هي الخطوة الوحيدة من بين جميع الخطوات (المراحل) التي يمكن تخطيطها بحيث تعطينا أحسن نتائج ممكنة ، وعليه فعندما نقوم بوضع خطة المرحلة الأخيرة يجب ربطها بالخطوة السابقة لها .. وهكذا .

إن حل أي مشكلة (مسألة) بطريقة البرمجة الديناميكية يتم في اتجاه عكسي بالنسبة للوقت، من نهاية العملية إلى بدايتها . ويجب أن نذكر هنا أن حل المسائل العملية بطريقة البرمجة الديناميكية يمكننا من الحصول على الإستنتاجات الكمية الهامة عن تنظيم العملية، والأهمية البالغة لهذه الطريقة تظهر عند تطبيقها على الأعمال الحربية ، لأن الكثير منها ما هو إلا سلسلة من الخطوات أو المراحل المتتالية . هذا والحل مسائل البرمجة الديناميكية التي تتطلب حسابات كثيرة معقدة تستخدم الآلات الحاسبة (العقول الألكترونية) وفي الوقت الحاضر تستخدم طريقة البرمجة الخطية (linear programm planning) التي سنتحدث عنها بتفصيل أكثر في هذا الباب .

طريقة اختطاط البرامج (البرمجة) الخطية

ظهرت هذه الطريقة منذ مائتى عام ، وتستخدم على نطاق واسع فى الوقت الحاضر وخاصة فى مسائل تنظيم وتخطيط الإنتاج ، ولقد انتشر استخدام هذه الطريقة فى الأعمال الحربية إلى حد كبير وتستخدم هذه الطريقة لحل المسائل التى تتطلب الوصول إلى أنسب توزيع للوسائل مع مراعاة الحدود الموضوعة ، واستخدام هذه الطريقة فى الأعمال الحربية يمكننا من حل كثير من المهام التكتيكية والتعبوية وغير ذلك من المهام التى يلزم حلها فى ظروف وجود عوامل كثيرة ترتبط بعضها البعض . ويتم التعبير عن أى قيمة نحصل عليها نتيجة الدراسة والتحليل (مثل مقياس أو معيار الفاعلية) على شكل دالة تتوقف على عدد من القيم المتغيرة . بعد ذلك نقوم بإيجاد القيمة العظمى (أو الصغرى) لهذا المقياس (المعيار) والقيم المتغيرة له ، وقد تكون القيم المتغيرة (مثل الوزن المكافىء من التريتيل للذخيرة ، وكمية الوسائل النشطة للدفاع الجوى عند صد أى هجوم جوى ، وكمية القوات والوسائل المادية المطلوب نقلها ...الخ) دلائل هامة لدراسة الأعمال القتالية ، ونتيجة الحل نحصل على القيم المتغيرة التى تمكننا من الحصول على أنسب توزيع للوسائل (أقصى فاعلية للأعمال القتالية) ، وفى مسائل البرمجة الخطية التى تختص بالقيم المتغيرة (نقص فى الذخيرة — نقص فى وسائل الدفاع الجوى ... الخ) يتم إيجاد هذه القيم بواسطة نظام اللامتساويات أو المتساويات من الدرجة الأولى (المستقيمة أو الخطية) ، وبذلك تكون الدالة (فى أصغر (أكبر) قيمة لها) دالة خطية لهذه القيم المتغيرة .

يطلق على هذه الحقيقة اصطلاح « البرمجة الخطية أو اختطاط البرامج الخطى Linear program planning .

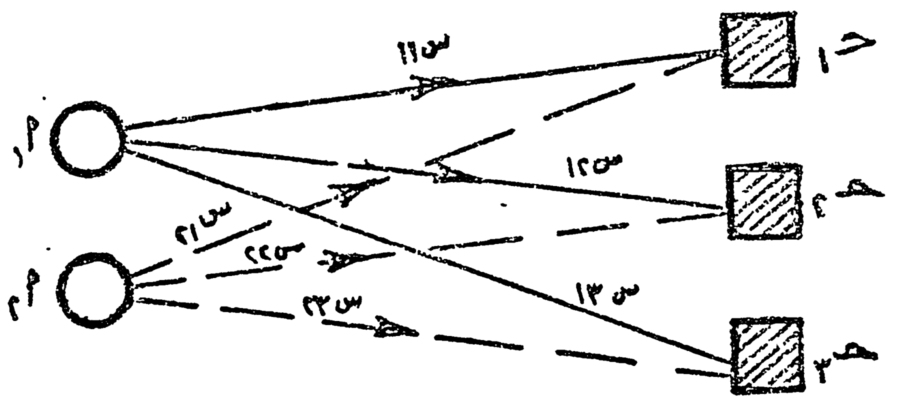
وعند تحليل المهام العملية (مثل مهمة التوزيع الأنسب للوسائل القتالية) يتم التحول (الانتقال) من حل إلى آخر (من قرار إلى آخر) بالدراسة المتتالية للخطط المختلفة (البرامج) لتوزيع الوسائل، ومن هنا جاءت التسمية «البرمجة الخطية».

وتثبت الحياة العملية فى اختطاط البرامج الخطى أنه يلزم فى حالة وجود عدد كبير من القيم المتغيرة استخدام الآلات الحاسبة الألكترونية (لأن حلها بدون استخدام هذه الآلات يتطلب شهوراً طويلة)، وبذلك لا يستغرق الحل أكثر من بضع دقائق، وإذا كان عدد القيم كبيراً جداً يستحيل الحل بدون استخدام هذه الآلات. أما كل المسائل التى لا تشتمل على عدد كبير من القيم المتغيرة فيمكن استخدام الوسائل الحاسبة البسيطة.

ولشرح مفهوم طريقة البرمجة الخطية سنستعرض بعض المهام التى نقابلها فى الحسابات التكتيكية التعبوية.

النقـل

لنفرض أننا كدسنا فى محطتين (مكانين) مختلفين كميات من الوقود $أ_{1}$ طن ، $أ_{2}$ طن (شكل ١٧) ، ويلزم نقل هذه الكميات إلى ثلاث نقط $ح_{1}$ ، $ح_{3}$ ، $ح_{2}$ على أن ينقل كل منها $ب_{1}$ ، $ب_{2}$ ، $ب_{3}$ طن على التوالى :



شكل ١٧ - كروكى النقل

هذا وتكلفة نقل الطن من نقطة لأخرى معلومة ، والمطلوب وضع خطة نقل تحقق أقل تكلفة نقل كلية .

لنرمز بالرمز $س_{ى}$ لكمية الوقود (بالطن) التى يتم نقلها من نقطة لأخرى وعليه فإن كمية الوقود التى سيتم نقلها (طبقا للخطة) إلى النقطة $ح_{1}$ من المحطتين كما يلى :

$$س_{11} + س_{21}$$

ولكن نظراً لأن الكمية المطلوب نقلها إلى النقطة $ح_{1}$ هى $ب_{1}$ طن لذلك يجب أن تكون :

$$س_{11} + س_{21} = ب_{1}$$

وبالمثل فإن :

$$س_{١٢} + س_{٢٢} = ب_{٢}$$

$$س_{١٣} + س_{٢٣} = ب_{٣}$$

ومن المؤكد أن كمية الوقود التي سيتم نقلها إلى النقط الثلاث ستساوى الكمية الموجودة بالمحطتين ، أى أن :

$$س_{١١} + س_{١٢} + س_{١٣} = أ_{١}$$

$$س_{٢١} + س_{٢٢} + س_{٢٣} = أ_{٢}$$

ولسهولة المقارنة سنقوم بوضع هذه القيم فى جدول نطلق عليه مصفوفة النقل :

المحطات	نقطة الاستقبال		
	$ح_{١}$	$ح_{٢}$	$ح_{٣}$
المحطة الأولى	$س_{١١}$	$س_{١٢}$	$س_{١٣}$
المحطة الثانية	$س_{٢١}$	$س_{٢٢}$	$س_{٢٣}$
المطالب	$ب_{١}$	$ب_{٢}$	$ب_{٣}$

وستكون التكلفة الإجمالية لنقل الوقود كما يلى :

$$ن = ه_{١١} س_{١١} + ه_{١٢} س_{١٢} + ه_{١٣} س_{١٣} + ه_{٢١} س_{٢١} + ه_{٢٢} س_{٢٢} + ه_{٢٣} س_{٢٣}$$

حيث :

ن = التكلفة الإجمالية لنقل الوقود .

$ه_{ىى}$ = تكلفة نقل الطن من المحطة إلى النقطة $ح_{ى}$

$س_{ىى}$ = كمية الوقود بالطن التي يتم نقلها من أى محطة إلى النقطة حى

والاستنتاج الرياضى لمهمة النقل (بمقياس التكلفة) يمكن أن يأخذ الشكل التالى :

حل خمسة معادلات بها ست عناصر مجهولة :

$$س_{١١} + س_{٢١} = ب_{١}$$

$$س_{١٢} + س_{١٢} = ب_{٢}$$

$$س_{١٣} + س_{١٣} = ب_{٣}$$

$$س_{١١} + س_{١٢} = س_{١٣} = ا_{١}$$

$$س_{٢١} + س_{٢٢} + س_{٢٣} = ا_{٢}$$

وبالإضافة إلى ذلك فرضت لنا دالة متصلة وهى تكلفة النقل :

$$ن = \sum_{ىى} ن_{ىى} \, س_{ىى}$$

والمطلوب وضع خطة نقل تكون فيها تكلفة النقل أقل ما يمكن . ولزيادة الإيضاح سنفترض قيماً عددية للمثال السابق نوردها فى الجدول التالى :

المحطــــات	الأماكن المرسلة إليها الإمدادات			الكميات بآلاف الأطنان
	$ب_{١}$	$ب_{٢}$	$ب_{٣}$	
المحطة الأولى	٤ *	٩ *	٣ *	٢٠
المحطة الثانية	٤ *	٨ *	١ *	٣٠
المطالب بآلاف الأطنان	١٠	٣٠	١٠	٥٠

(*) تلفة النقل للطن بالجنيه .

فى هذه الحالة نجد أن :

$$س_{١١} + س_{٢١} = ١٠$$

$$س_{١٢} + س_{٢٢} = ٣٠$$

$$س_{١٣} + س_{٢٣} = ١٠$$

$$س_{١١} + س_{١٢} + س_{١٣} = ٢٠$$

$$س_{٢١} + س_{٢٢} + س_{٢٣} = ٣٠$$

ومن المعروف أن هذه المعادلات يمكن حلها إذا كان عدد العناصر المجهولة يساوى عدد المعادلات ، وفى حالتنا هذه (البرمجة الخطية موضوع الدراسة) عدد العناصر المجهولة أكبر من عدد المعادلات (عدد المعادلات ٥ وعدد القيم المجهولة ٦) . لذلك يجب التعويض عن القيم المجهولة بقيم أخرى تساوى الفروق بين عدد المجاهيل وعدد المعادلات .

وعليه فإذا اعتبرنا أن $س_{١١}$ ، $س_{١٢}$ هى قيم حرة مجهولة وعوضنا فى المعادلات السابقة لحصلنا على :

$$س_{١٣} = ٢٠ - س_{١١} - س_{١٢}$$

$$س_{٢١} = ١٠ - س_{١١}$$

$$س_{٢٢} = ٣٠ - س_{١٢}$$

$$س_{٢٣} = - ١٠ + س_{١١} + س_{١٢}$$

كما أن التكلفة الكلية للنقل تكون :

$$ن = ٣٣٠ - ٢ س_{١١} - س_{١٢}$$

ولما كان الحل المطلوب الحصول عليه سيكون بين القيم الغير سالبة للمجاهيل فإننا نحصل على المتراجحات التالية :

$٢٠ - س_{١١} - س_{١٢}$ أكبر من أو تساوى صفر (١)

$١٠ - س_{١١}$ أكبر من أو تساوى صفر (٢)

$٣٠ - س_{١٢}$ » » » (٣)

$- ١٠ + س_{١١} + س_{١٢}$ » » » (٤)

$س_{١١}$ » » » (٥)

$س_{١٢}$ » » » (٦)

ومهمتنا الآن تتلخص فى إيجاد قيم المجاهيل (كميات الوقود التى يلزم نقلها) التى تحقق اللامتساويات المذكورة وفى الوقت نفسه تكون لها أقل تكلفة نقل ممكنة اى أصغر قيمة للدالة :

$$ن = ٢٣٠ - ٢س_{١١} - س_{١٢}$$

من هذا تبدو ضخامة أبسط مهمة للبرمجة الخطية هى :

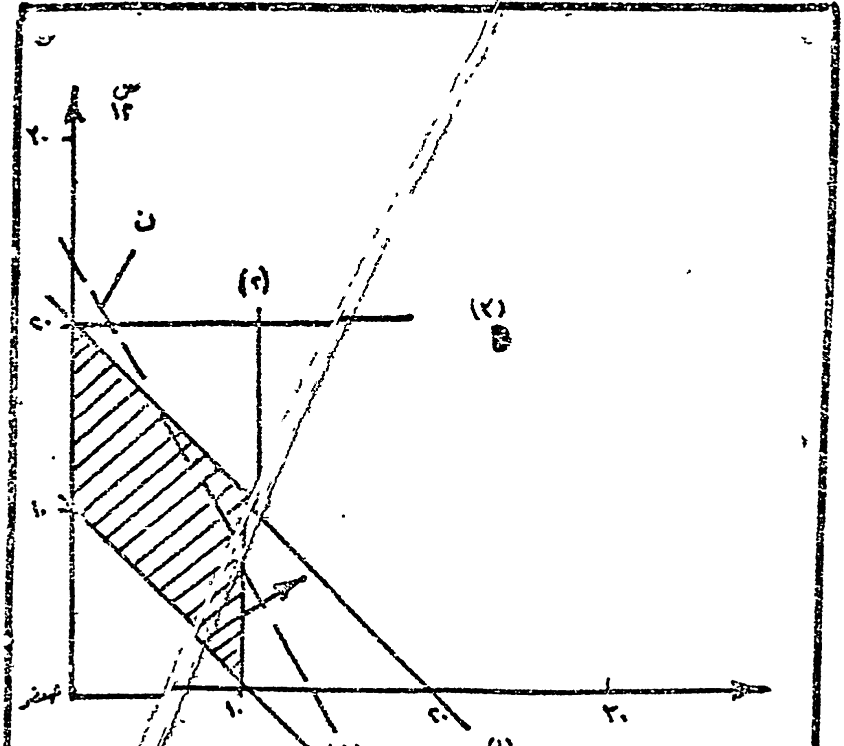
١ — الطريقة الهندسية .

٢ — الطريقة البسيطة Simplex method .

٣ — طريقة المصفوفة المكوسة (العكسية) reverse matrix وغير ذلك من الطرق .

وتعتبر الطريقة الهندسية سهلة وبسيطة للغاية ، ولكن اسوء الحظ أنها تستخدم (عملياً) عندما يكون عدد القيم المجهولة الحرة إثنين أوثلاثة .

أما إذا كان عدد هذه القيم كبيراً فإن هذه الطريقة تصبح معقدة وغاية فى الصعوبة .



شكل ٨-٦ — الطريقة المتعددة الزوايا لحل مهمة نقل الحمولة

وسنقوم بحل المهمة التي سبق دراستها بالطريقة الهندسية (شكل ١٨)، لنقوم باختيار نظام أحداثيات متعامدة محوراه س١١، س١٢ ويوضح شكل (١٨) جميع المستقيمات التي تعبر عنها المعادلات، وأعطى لكل مستقيم رقم المعادلة الذي يمثلها، ونلاحظ أن تقاطعات هذه الخطوط المستقيمة كونت شكلا متعدد الزوايا (الجزء المظلل من شكل ١٨)، ويطلق على هذا الشكل متعدد الزوايا تعبير متعدد الزوايا الخاص بحل هذه المجموعة من اللامتساويات.

ويحتوى الشكل على خط مستقيم يعبر عن العلاقة بين التكلفة ن والقيمتين س١١، س١٢ (على أساس أن ن = ٣٢٨)، ويعتبر هذا المستقيم المحلات الهندسية للنقط عندما تأخذ التكلفة ن هذه القيمة، وعليه فبتغيير قيمة ن نحصل على مستقيمات مختلفة، وجميعها متوازية، وعند التحول من مستقيم إلى آخر تتغير قيمة ن، والسهم الموجود بالشكل يوضح اتجاه الانتقال من القيم الكبيرة للتكلفة ن إلى القيم الصغيرة لها.

ومن الواضح الجلى أن الحل الأمثل يتفق مع أقل تكلفة ، ويتحقق ذلك عندما يمر المستقيم ن بقمة الشكل متعدد الزوايا ، وهى النقطة المرسوم حولها دائرة صغيرة بشكل (١٨) ، وفى هذه الحالة تكون التكلفة ن أقل ما يمكن (أى فى أصغر قيمة لها) .

وفى مثالنا هذا سيكون الحل الأمثل : $س_{١١} = ١٠$ ، $س_{١٢} = ١٠$

أما القيم الباقية المجهولة فيمكن إيجادها وهى تساوى :

$س_{٢١} =$ صفر ، $س_{١٣} =$ صفر ، $س_{٢٢} = ٢٠$ ، $س_{٢٣} = ١٠$

وعليه فإن أقل تكلفة نقل تساوى :

$ن_{صغرى} = ٣٣٠ - ٢ \times ١٠ - ١٠ = ٣٠٠$ ألف جنيه .

وستكون أنسب خطة نقل كما يلى :

محطة التصدير	الأماكن المرسلة إليها الإمدادات			الاحتياطى بآلاف الأطنان
	$ب_١$	$ب_٢$	$ب_٣$	
المحطة الأولى	١٠	١٠	صفر	٢٠
المحطة الثانية	صفر	٢٠	١٠	٣٠
المطالب بآلاف الأطنان	١٠	٣٠	١٠	٥٠

وأى خطة أخرى ستؤدى إلى ارتفاع تكلفة النقل .

مهمة توزيع الذخيرة على أهداف العدو

(وذلك بمعلومية أكبر عدد للأهداف التى يتم التأثير فيها)

يعتبر توزيع الذخيرة (تحديد استهلاك الذخيرة) بين الأهداف مهمة رئيسية لتأمين نجاح العملية . فإذا كنا سنضرب كل هدف بنوع واحد من الذخيرة ، ويلزم توزيع الذخيرة بحيث تكون الخسائر الكلية التى تتعرض لها الأهداف المعادية أكبر مايمكن ، أو بتعبير آخر بحيث تكون القوة الكلية أصغر مايمكن ، فإننا نلجأ لحل هذه المهمة إلى طريقة البرمجة الخطية .

إذا كانت الأهداف صغيرة المقاييس ، وكانت فاعلية الذخيرة تحقق لنا احتمال إحداث التأثير المطلوب فى هذه الأهداف ، فإن مهمة التوزيع الأمثل تتحول إلى مطالب آخر وهو إصابة أكبر عدد ممكن من الأهداف .

وإذا كانت الخطة تهدف إلى توجيه عدة ضربات لعدة أهداف فإن المهمة تحل بواسطة البرمجة الغير خطية ، ولكن إذا أمكن تقسيم الهدف الكبير إلى عدة أهداف صغيرة على أن يخصص له ذخيرة محددة فإن الحل يتم بواسطة البرمجة الخطية .

أن حل مسألة التوزيع الأمثل للذخيرة ٨٠ × ١٠٠ أو ١٠٠ × ١٥٠ تكتنفه صعوبات كبيرة ، ولا يمكن تنفيذه إلا بواسطة الآلات الحاسبة الألكترونية .

ولتوضيح (تبسيط) استخدام طرق اختطاط البرامج الخطى (البرمجة الخطية) سنقوم بحل مثال بسيط لتوزيع نوعين من الذخيرة على ثلاث أهداف (مهمة ٢×٣) .

ظهرت ثمانية أهداف فى قطاع الهجوم ، يمكن تقسيمها إلى ثلاث أنواع ثم تخصيص ثمان ذخائر من نوعين لضرب هذه الأهداف . هذا واحتمال

الحصول على التأثير فى كل نوع من الأهداف معروف ومحسوب . وسيستخدم لضرب كل هدف ذخيرة (طلقة واحدة) .

والمطلوب توزيع الذخيرة على الأهداف بحيث يكون التوقع (المنتظر) الرياضى لعدد الأهداف المصابة أكبر ما يمكن .

لنفرض أن البيانات العددية الموضحة فى الجدول التالى هى البيانات التى تحدد لنا خواص المهمة :

نوع الذخيرة	نوع الهدف			كمية الذخيرة
	١	٢	٣	
I	$س_{١١}$ / ٠,٧	$س_{١٢}$ / ٠,٩	$س_{١٣}$ / ٠,٨	٣
II	$س_{٢١}$ / ٠,٣	$س_{٢٢}$ / ٠,٤	$س_{٢٣}$ / ٠,٦	٥
عدد الأهداف	٥	٢	١	٨

وستكون الصورة الرياضية لهذه المهمة كما يلى :

$$س_{١١} + س_{١٢} + س_{١٣} = ٣$$

$$س_{٢١} + س_{٢٢} + س_{٢٣} = ٥$$

$$س_{١١} + س_{٢١} = ٥$$

$$س_{١٢} + س_{٢٢} = ٢$$

$$س_{١٣} + س_{٢٣} = ١$$

وبذلك يصبح التوقع الرياضى لعدد الأهداف المصابة :

$$م = ٠,٧ \times س_{١١} + ٠,٩ \times س_{١٢} + ٠,٨ \times س_{١٣} + ٠,٣ \times س_{٢١} + ٠,٤ \times س_{٢٢} + ٠,٦ \times س_{٢٣}$$

حيث :

$س_{ى ج}$ = كمية الذخيرة من النوع ى التى تخصص لضرب الهدف من النوع حـ (ى = ١ ، ٢ أما حـ = ١ ، ٢ ، ٣)

٠,٧ ، ٠,٩ ، ... الخ = احتمالات إصابة الأهداف .

والآن لنفرض أن $س_{١١}$ ، $س_{١٢}$ هى القيم المجهولة الحرة ، ونقوم بالتعويض لمعرفة باقى القيم المجهولة ، وعليه فإن التوقع الرياضى لعدد الأهداف المصابة سنعتبره قيما مجهولة حرة . ونتيجة ذلك نحصل على :

$$س_{٢١} = ٥ - س_{١١}$$

$$س_{١٢} = ٢ - س_{٢٢}$$

$$س_{١٣} = ١ - س_{١١} + س_{٢٢}$$

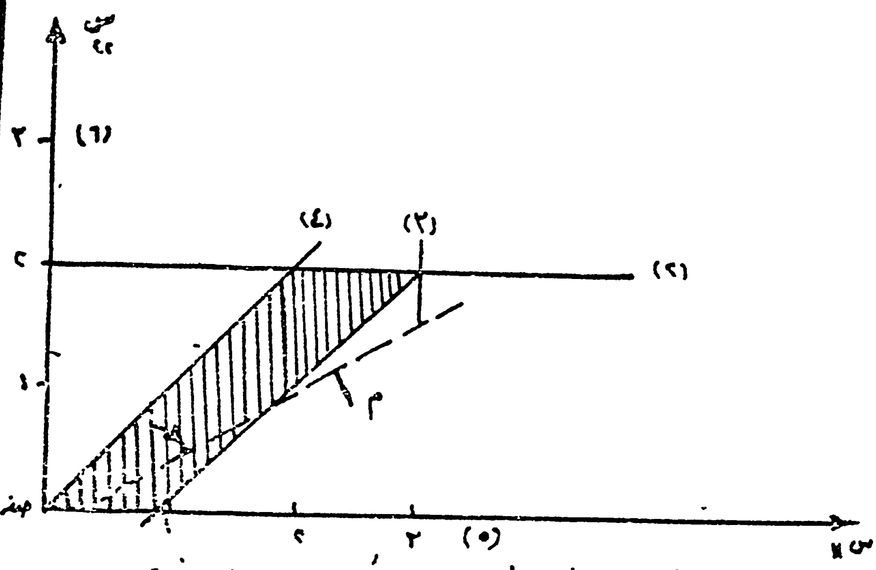
$$س_{٢٣} = س_{١١} + س_{٢٢}$$

$$م = ٤,١ + ٠,٢ \times س_{١١} - ٠,٣ \times س_{٢٢}$$

وإذا انتقلنا إلى المتأرجحات نحصل على :

$٥ - س_{١١}$	أكبر من	أو تساوى	صفر	(١)
$٢ - س_{٢٢}$	«	«	«	(٢)
$١ - س_{١١} + س_{٢٢}$	«	«	«	(٣)
$س_{١١} + س_{٢٢}$	«	«	«	(٤)
$س_{١١}$	«	«	«	(٥)
$س_{٢٢}$	«	«	«	(٦)

وعليه تتلخص المهمة في الوصول إلى ذلك التوزيع للذخيرة على الأهداف الذى يحقق أكبر قيمة للتوقع الرياضى م



شكل ١٩ - متعدد الزوايا الخاص بحل مسألة توزيع الذخيرة

فى شكل (١٩) يوضح بالرسم البيانى حل هذه المسألة . بنى الشكل على أساس نظام الإحداثيات المتعامدة ، ثم وضعت عليه حدود المهمة .

ونتيجة تقاطع المستقيمات التى تعبر عن المعادلات ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ حصلنا على شكل متعدد الزوايا تعتبر كل نقطة فيه حلا للمسألة ، ولكن قد لا يتفق والقيمة العظمى للدالة م .

ويمكن الحصول على القيمة العظمى للدالة م (موضحة على الشكل بالمستقيم المتقطع) عندما يمر المستقيم بقمة الشكل المتعدد الزوايا ، المرسوم حولها دائرة .

إحداثيات هذه القمة $س_{١١} = ١ ، س_{٢٢} =$ صفر

وبالتعويض بهذه القيم فى معادلات المهمة نحصل على باقى القيم المجهولة وهى :

$س_{١٢} = ٢ ، س_{٢١} = ٤ ، س_{١٣} =$ صفر $، س_{٢٣} = ١$

وفى هذه الحالة يصبح التوقع الرياضى لعدد الأهداف المصابة كما يلى :

$$م = ٤,١ + ٠,٢ \times ١ - ٠,٣ \times صفر$$
$$= ٤,٣$$

ويبين الجدول التالى نتائج حل المهمة :

نوع الذخيرة	نوع الهدف			كمية الذخيرة
	١	٢	٣	
	١	٢	صفر	٣
	٤	صفر	١	٥
عدد الأهداف	٥	٢	١	٨

وعليه ففى ظروف وأحوال المهمة يمكن أن يتحقق أكبر توقع رياضى لعدد الأهداف المصابة (التى يمكن إحداث التأثير المطلوب فيها) إذا اتبعت الخطة التالية فى توزيع الذخيرة :

— توزع الذخيرة ، التى من النوع الأول ، كالآتى :

طلقة واحدة للأهداف التى من النوع الأول ، وطلقتان للأهداف من النوع الثانى ، ولا يخصص شيء للأهداف من النوع الثالث .

— توزع الذخيرة من النوع الثانى كالآتى :

أربع طلقات للأهداف من النوع الأول ، ولا يخصص شيء للنوع الثانى ، وطلقة واحدة للأهداف من النوع الثالث .

وإذا ما تم التوزيع بأسلوب يخالف ما ذكرناه فإن فاعلية الضرب ستكون أقل .

والآن لندرس مهمة واحدة تهدف إلى الوصول إلى أنسب توزيع (التوزيع الأمثل) لوسائل حمل الذخيرة إلى الأهداف المعادية .

لنفرض أن لدينا وسيلتين لحمل الذخيرة إلى الأهداف وهي الصواريخ البالستيكية والقاذفات المقاتلة ، ويوجد ثلاثة أنواع من الأهداف المعادية هي: مواقع إطلاق صواريخ ، ومراكز قيادة ، ومخازن ذخيرة ، وكانت احتمالات الحصول على التأثير المطلوب بواسطة صاروخ واحد ، أو رف مقاتلات قاذفة عند استخدامها ضد أي هدف كالموضحة في الجدول التالى ، الذى يبين كذلك عدد وسائل الحمل والأهداف .

هذا علماً بأن احتمال التأثير فى الهدف بواسطة القاذفات المقاتلة قد حسب على أساس وجود دفاع جوى للعدو وأن هذه الطائرات ستتعرض لتأثيره عند قيامها بالمهمة ، وستبنى الخطة على أساس تخصيص صاروخ واحد أو رف واحد لكل هدف .

والمطلوب توزيع وسائل حمل الذخيرة بحيث يكون التوقع الرياضى لعدد الأهداف التى يمكن إصابتها أكبر ما يمكن .

وسيلة الحمل	نوع الهدف			عدد وسائل الحمل
	١ مواقع صواريخ	٢ (م ق)	٣ (مخازن)	
الصواريخ البالستيكية	$س_{١١}$ / ٠,٦	$س_{١٢}$ / ٠,٥	$س_{١٣}$ / ٠,٣	٤٠
القاذفات المقاتلة	$س_{٢١}$ / ٠,٤	$س_{٢٢}$ / ٠,٧	$س_{٢٣}$ / ٠,٢	٢٠
عدد الأهداف	٢٥	١٥	٢٠	٦٠

إن القيم الموضحة فى الخانات الداخلية للجدول تعنى :

ـ البسط عدد الصواريخ أو رفوف القاذفات المقاتلة التى تخصص لضرب الهدف

ـ المقام احتمال إصابة هذا الهدف

ويمكن كتابة النهايات كما يلى :

$$س_{١١}+س_{١٢}+س_{١٣}=٤٠$$

$$س_{٢١}+س_{٢٢}+س_{٢٣}=٢٠$$

$$س_{١١}+س_{٢١}=٢٥$$

$$س_{١٢}+س_{٢٢}=١٥$$

$$س_{١٣}+س_{٢٣}=٢٠$$

وعليه فإن التوقع الرياضى لعدد الأهداف المصابة يكون :

$$م = ٠,٦ \times س_{١١}+٠,٥ \times س_{١٢}+٠,٣ \times س_{١٣}+٠,٤ \times س_{٢١}+٠,٧ \times س_{٢٢}+٠,٢ \times س_{٢٣}$$

والآن لنختر $س_{١١}$ ، $س_{٢٢}$ كقيم مجهولة حرة وبالتعويض فى المعادلات السابقة نحصل على ما يلى :

$$س_{٢١} = ٢٥ - س_{١١}$$

$$س_{١٢} = ١٥ - س_{٢٢}$$

$$س_{١٣} = ٤٠ - س_{١١} - ١٥ + س_{٢٢} = ٢٥ - س_{١١} + س_{٢٢}$$

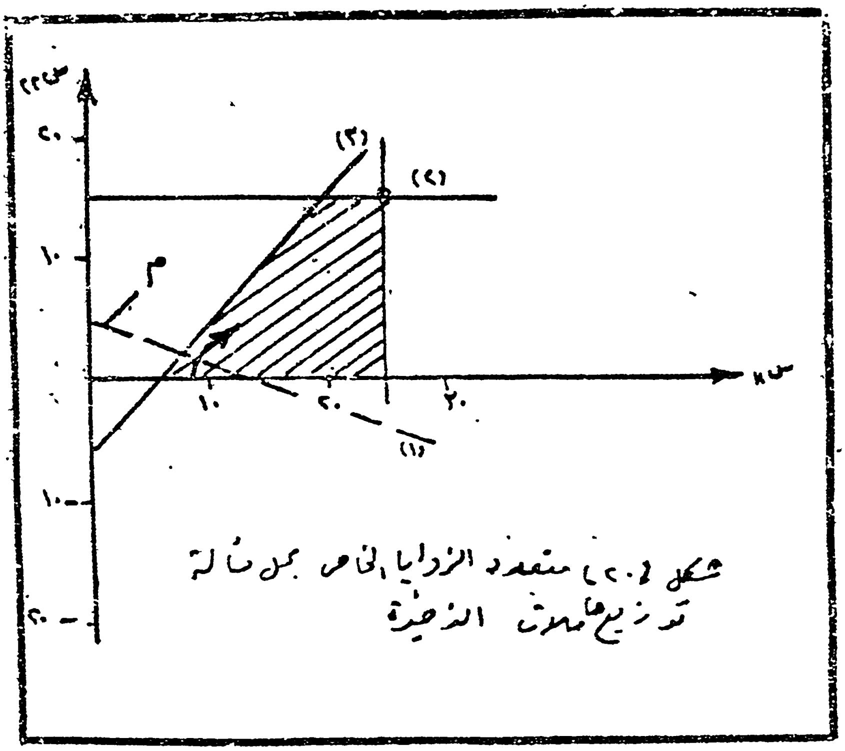
$$س_{٢٣} = ٢٠ - س_{٢٢} - ٢٥ + س_{١١} = -٥ \times س_{١١} + س_{٢٢}$$

$$م = ٠,٦ \times س_{١١}+٠,٥(١٥ - س_{٢٢})+٠,٣(٢٥ - س_{١١}+س_{٢٢})+٠,٤(٢٥ - س_{١١})+٠,٧ \times س_{٢٢}+٠,٢(-٥+س_{١١}-س_{٢٢})=٢٤+٠,١ \times س_{١١}+٠,٢ \times س_{٢٢}$$

ولما كان اهتمامنا ينصب على القيم المجهولة غير السالبة فمن الممكن الحصول على المتراجحات التالية :

٢٥ - $س_{١١}$	أكبر من أو تساوى	صفر
١٥ - $س_{١٢}$	» »	»
٢٥ - $س_{١١}$ + $س_{٢٢}$	» »	»
- ٥ + $س_{١١}$ - $س_{٢٢}$	» »	»
$س_{١١}$	» »	»
$س_{٢٢}$	» »	»

وعليه يلزم الحصول على الأعداد الصحيحة لهذه القيم المجهولة ، التى تحقق المتراجحات المذكورة والنهاية العظمى maximum للتوقع الرياضى لعدد الأهداف التى يمكن إصابتها (م) :



شكل (٢٠) متعدد الزوايا الخاص بحل مسألة توزيع طلقات الذخيرة

يوضح شكل (٢٠) المتعدد الزوايا الناتج من حل مسألة التوزيع موضوع البحث ، ولقد رسم فى الشكل مستقيم للعلاقة بين م ، $س_{١١}$ ، $س_{٢٢}$ على أساس

أن م = ٢٥ . أما السهم فيوضح اتجاه تحرك المستقيم (المنحنى) فى اتجاه زيادة م ، والحل الأمثل لهذه المسألة هو الذى يحقق النهاية العظمى للقيمة م التى تقع فى قمة الشكل المتعدد الزوايا ، ولقد ميزنا هذه القمة بدائرة صغيرة ، وعليه فإنه من الشكل يتضح أن إحداثيات هذه القمة (التى تمثل النهاية العظمى للقيمة م) هى $س_{١١}=٢٥ ، س_{٢٢}=١٥$

وبالتعويض عن $س_{١١}$ ، $س_{٢٢}$ فى المعادلات المختلفة نحصل على القيم المجهولة الأخرى :

$$س_{٢١} = ٢٥ - س_{١١} = ٢٥ - ٢٥ = صفر$$

$$س_{١٢} = ١٥ - س_{٢٢} = ١٥ - ١٥ = صفر$$

$$س_{١٣} = -٢٥ + س_{١١} + س_{٢٢} = -٢٥ + ٢٥ + ١٥ = ١٥$$

$$س_{٢٣} = -٥ + س_{١١} - س_{٢٢} = -٥ + ٢٥ - ١٥ = ٥$$

والنهاية العظمى للتوقع الرياضى لعدد الأهداف التى يتم إصابتها تساوى :

$$م_{أعظمى} = ٢٤ + ٠,١ \times ٢٥ + ٠,٢ \times ١٥ = ٣١$$

وفى حالة أى توزيع آخر لوسائل حمل الذخيرة على الأهداف المعادية سيكون التأثير الناتج أقل ، وعليه فالتوزيع الأنسب فى مثالنا هذا هو :

— ٢٥ صاروخا بالستيكيا توجه إلى قواعد إطلاق الصواريخ المعادية .

— ١٥ صاروخا بالستيكيا توجه إلى مخازن ذخيرة العدو .

— لا تستخدم أى صواريخ ضد مراكز قيادة العدو .

— توجه ١٥ رف قاذفات مقاتلة ضد مراكز قيادة العدو .

— يوجه ٥ رفو قاذفات مقاتلة ضد مخازن ذخيرة العدو .

مهمة توزيع وسائل حمل الذخيرة
بواسطة النهاية الصغرى minimum للقوة الكلية

لنفرض أنه يوجد لدينا نوعان من وسائل حمل الذخيرة (توصيلها إلى الهدف) وثلاثة أنواع من الأهداف، ويوجد من النوع الأول لوسائل الحمل أربع وحدات، ومن النوع الثانى إثنتان، كما يوجد هدفان من النوع الأول وثلاثة أهداف من النوع الثانى، وهدف واحد من النوع الثالث، ولنفرض أن فاعلية وسائل الحمل تحددها النهاية الصغرى لقوة تسليح هذه الوسائل، التى يتحقق بواسطتها تأثير مادى فى الهدف لا يقل عن التأثير المطلوب (لنفرض أن التأثير المطلوب : لا يقل عن ٦٠٪) ، ويبين الجدول التالى الظروف والأحوال المحددة لهذه المهمة :

نوع وسيلة الحمل	نوع الهدف ١	نوع الهدف ٢	نوع الهدف ٣	عدد وسائل الحمل
	$س_{١١}$ / ٤٠	$س_{١٢}$ / ٥٠	$س_{١٣}$ / ٨٠	٤
	$س_{٢١}$ / ٣٠	$س_{٢٢}$ / ٦٠	$س_{٢٣}$ / ١٠٠	٣
عدد الأهداف	٢	٣	٢	٧

— البسط يوضح كمية الذخيرة والمقام يوضح قوتها كنسبة مئوية.

وعليه . فيمكن كتابة النهايات كما يلى :

$$س_{١١} + س_{١٢} + س_{١٣} = ٤$$

$$س_{٢١} + س_{٢٢} + س_{٢٣} = ٣$$

$$س_{١١} + س_{٢١} \quad = ٢$$

$$س_{١٢} + س_{٢٢} = ٣$$

$$س_{١٣} + س_{٢٣} = ٢$$

وستكون القوة الكلية (الإجمالية) كما يلى :

$$ق = ٤٠\, س_{١١} + ٥٠\, س_{١٢} + ٨٠\, س_{١٣} + ٣٠\, س_{٢١} +$$
$$٦٠\, س_{٢٢} + ١٠٠\, س_{٢٣}$$

والقيم $س_{ىح}$ (ى=١، ب، ح =١، ٢، ٣) توضح كمية الذخيرة من النوع ى اللازمة (المخططة) لضرب هدف من النوع ح .

وإذا أخذنا $س_{١١}$ ، $س_{٢٢}$ كقيم مجهولة حرة يمكن إيجاد قيم باقى القيم المجهولة كما يلى :

$$س_{٢١} = ٢ - س_{١١}$$

$$س_{١٢} = ٣ - س_{٢٢}$$

$$س_{١٣} = ١ - س_{١١} + س_{٢٢}$$

$$س_{٢٣} = ١ - س_{١١} - س_{٢٢}$$

كما يمكن التعبير عن القوة الإجمالية (الكمية) بقيم من المجاهيل الحرة كما يلى :

$$ق = ٣٦٠ - ٣٠\, س_{١١} - ١٠\, س_{٢٢}$$

وبنفس الأسلوب ، بما أن القيم غير السالبة هى موضوع اهتمامنا فمن الممكن الحصول على المتراجحات التالية [١] :

$٢ - س_{١١}$ أكبر من أو تساوى صفر

---

(١) المقصود بذلك هو افتراض أن جميع هذه المعادلات تساوى صفرا أو أكبر من الصفر حتى يكون الناتج دائماً قيمة موجبة ، ويطلق عليها المتراجحات أو المتباينات وبالانجليزية Inequality

٣ - $س_{٢٢}$ أكبر من أو تساوى صفر

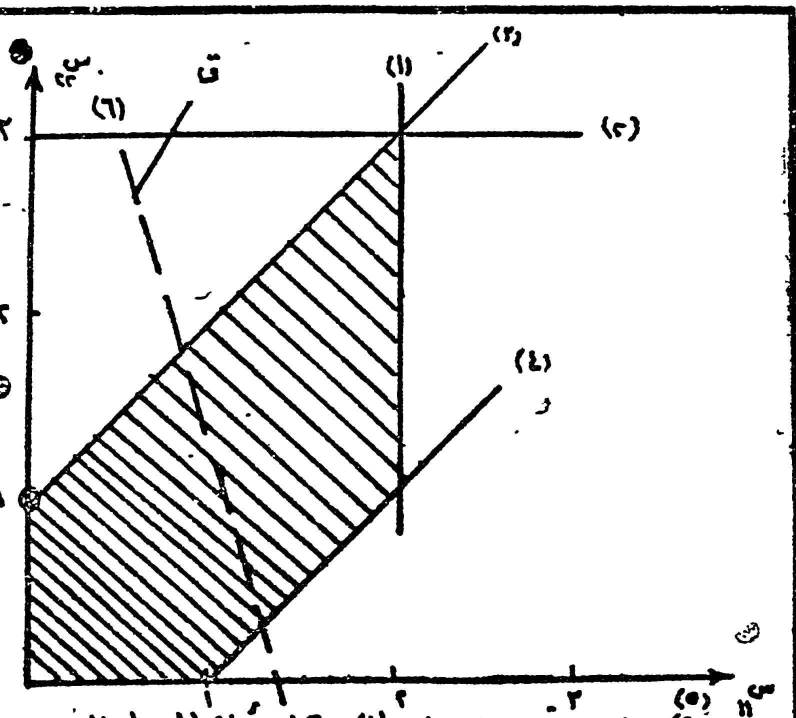
٤ - $س_{١١}$ + $س_{٢٢}$ » » »

$س_{١١}$ » » »

$س_{٢٢}$ » » »

والآن لنحل المسألة بيانياً كما هو واضح فى شكل (٢١) حيث يؤدى الحل (رسم المستقيمات التى تمثلها المعادلات السابقة) إلى الحصول على شكل متعدد الزوايا كل نقطة فيه تحقق المتراجحات السابقة .

والحل الأمثل يقع فى نقطة تماس الخط الذى يمثل العلاقة بين ق والقيم المجهولة بقمة الشكل المتعدد الزوايا (المميزة على الشكل بدائرة صغيرة) ، وإحداثياتها $س_{١١}$ صفر ، $س_{٢٢}$ = ١ .



شكل ٢١ - متعدد الزوايا الناتج لحل مسألة الحصول على التوليفة الصغرى متدنية التكلفة .

أما القيم المجهولة الأخرى فتساوى :

$س_{١٢}$ = ٢ ، $س_{٢١}$ = ٢ ، $س_{١٣}$ = ٢ ، $س_{٢٣}$ = صفر

والقوة الكلية التى تصل إلى نهايتها الصغرى تحت هذه الظروف تساوى:

$$ق_{صغرى} = ٣٦٠ - ١٠ \times ١ = ٣٥٠$$

ويوضح الجدول التالى نتائج حل هذه المهمة :

نوع وسيلة الحمل	نوع الهدف		
	١	٢	٣
I	صفر	٢	٢
II	٢	١	صفر

وعليه فى الظروف المحيطة بمثالنا (مهمتنا) هذه يكون التوزيع الأمثل لوسائل حمل الذخيرة الذي يحقق تنفيذ المهمة بأقل استهلاك للطاقة (القوة) الكلية كما يلى :

— يقوم النوع الأول من وسائل الحمل بتوجيه ضربته إلى هدفين من النوع الثانى وهدفين من النوع الثالث .

— يقوم النوع الثانى من وسائل الحمل بتوجيه الضربة إلى هدفين من النوع الأول وهدف واحد من النوع الثانى .

مهمة توزيع الأهداف فى قوات الدفاع الجوى

سنقوم بدراسة مهمة رئيسية وخطيرة لتوزيع الأهداف على وسائل الدفاع الجوى . فعند صد هجوم جوى بواسطة عدد (كمية) محدود من الوسائل القتالية يخصص وسيلة واحدة من وسائل الدفاع الجوى لمهاجمة كل هدف جوى / كونى . والمطلوب توزيع وسائل الدفاع الجوى على الأهداف بحيث يمكن صد هذا الهجوم الجوى بأكبر فاعلية ممكنة .

يؤخذ التوقع الرياضى لعدد الأهداف الجوية / الكونية التى يمكن إسقاطها كمقياس (كمعيار) للفاعلية . ولتوضيح ذلك نورد المثال التالى :

لدينا نوعان من الوسائل القتالية للدفاع الجوى :

صواريخ مضادة للطائرات ، ومقاتلات . ويمكن لهذه الوسائل صد الهجوم الجوى لثلاثة أنواع من الأهداف المعادية .

لنفرض أن احتمال إصابة أى هدف من هذه الأهداف بواسطة أى وسيلة من الوسائل ، كذا إجمالى عدد الوسائل المتيسرة والأهداف القائمة بالهجوم كما هو موضح بالجدول التالى :

نوع الوسيلة	نوع الهدف			عدد الوسائل
	١	٢	٣	
الصواريخ الموجهة المضادة للطائرات	س١١ / ٠,٨	س١٢ / ٠,٧	س١٣ / ٠,٦	٢٠
المقاتلات	س٢١ / ٠,٦	س٢٢ / ٠,٣	س٢٣ / ٠,٥	٤٠
عدد الأهداف	٢٠	١٠	٣٠	٦٠

القيم الواردة فى البسط توضح كمية (عدد) وسائل الدفاع الجوى التى خصصت (طبقاً للخطة) لكل نوع من الأهداف ، أما المقام فيبين احتمال إصابة الهدف بهذه الوسيلة (احتمال الحصول على التأثير المطلوب) .

وسنعتبر أن كل هدف جوى معاد ستتعامل معه وسيلة واحدة من وسائل الدفاع الجوى . وعليه فإن النهايات تأخذ الصورة التالية :

$$س_{11} + س_{12} + س_{13} = 20$$

$$س_{21} + س_{22} + س_{23} = 40$$

$$س_{11} + س_{21} = 20$$

$$س_{12} + س_{22} = 10$$

$$س_{13} + س_{23} = 30$$

وسيأخذ التوقع الرياضى لعدد الأهداف المسقطة الصورة التالية :

$$م = 0{,}8\, س_{11} + 0{,}7\, س_{12} + 0{,}6\, س_{13} + 0{,}6\, س_{21} + 0{,}3\, س_{22} + 0{,}5\, س_{23}$$

وإذا اعتبرنا أن $س_{11}$ ، $س_{22}$ هى القيم المجهولة الحرة فإن :

$$س_{21} = 20 - س_{11}$$

$$س_{12} = 10 - س_{22}$$

$$س_{13} = 20 - س_{11} - 10 + س_{22} = 10 - س_{11} + س_{22}$$

$$س_{23} = 40 - 20 + س_{11} - س_{22} = 20 + س_{11} - س_{22}$$

وبالتعويض فى معادلة التوقع الرياضى بالقيم المجهولة الحرة نحصل على :

$$م = 0{,}8\, س_{11} + 0{,}7(10 - س_{22}) + 0{,}6(10 - س_{11} + س_{22}) + 0{,}6(20 - س_{11}) + 0{,}3\, س_{22} + 0{,}5(20 + س_{11} - س_{22})$$

$$= 0{,}8\, س_{11} + 7 - 0{,}7\, س_{22} + 6 - 0{,}6\, س_{11} + 0{,}6\, س_{22} +$$

$$12 - 0{,}6\,\text{س}_{11} + 0{,}3\,\text{س}_{22} + 10 + 0{,}5\,\text{س}_{11} - 0{,}5\,\text{س}_{22}$$
$$= 35 + 0{,}1\,\text{س}_{11} - 0{,}3\,\text{س}_{22}$$

وبما أن الحل يتفق مع القيم غير السالبة (الموجبة) للعناصر المجهولة فمن الممكن الحصول على المتراجحات التالية :

$20 - \text{س}_{11}$ أكبر من أو تساوى صفر

$10 - \text{س}_{22}$ « « « «

$10 - \text{س}_{11} + \text{س}_{22}$ « « « «

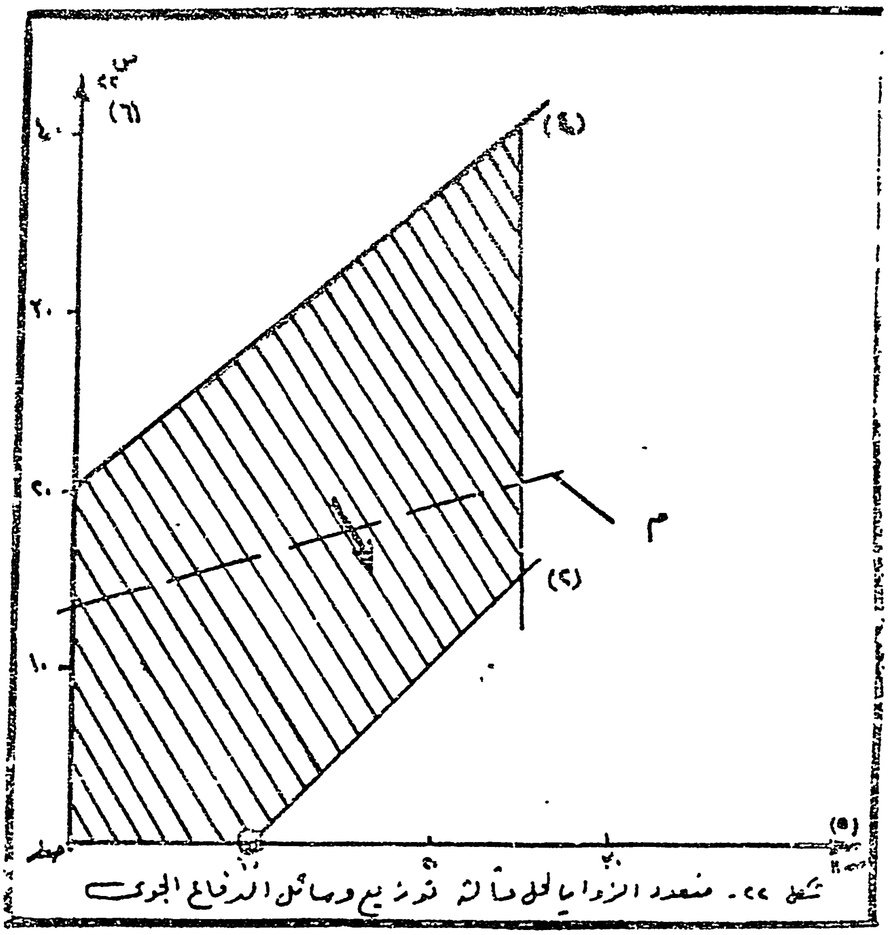
$10 + \text{س}_{11} - \text{س}_{22}$ « « « «

س_{11} « « « «

س_{22} « « « «

وفى النهاية تتلخص المهمة فى الحصول على قيم العناصر المجهولة التى تحقق حل المعادلات المذكورة مع إعطاء النهاية العظمى للتوقع الرياضى م .

ولو أنشأنا رسماً بيانياً لهذه المسألة فإننا نحصل على شكل ٢٢ ، الذى يحتوى على المستقيم الذى يصور العلاقة بين م ، س_{11} ، س_{22} .



شكل ٢٢ - متعدد الزوايا لحل مسألة توزيع وسائل الدفاع الجوى

والسهم الموضح على الشكل يبين اتجاه تحرك هذا المستقيم فى اتجاه زيادة القيمة م .

والنهاية العظمى للقيمة م تقع فى قمة متعدد الزوايا (على الشكل مميزة بدائرة صغيرة) . وعليه فستكون العناصر المجهولة الحرة فى هذه القمة :

$$س_{١١} = ١٠ ، س_{٢٢} = صفر$$

أما باقى العناصر المجهولة فمن السهل حسابها وهى :

$$س_{١٢} = ١٠ ، س_{٢١} = ١٠ ، س_{١٣} = صفر ، س_{٢٣} = ٣٠$$

أما النهاية العظمى للتوقع الرياضى لعدد الأهداف التى يمكن إسقاطها فتساوى :

$$م_{أعظمى} = ٣٥ + ٠{,}١ \times ١٠ = ٣٦$$

وعليه فالتوزيع الأمثل فى ظروف مثالنا (مهمتنا) هذه يكون :

— تخصص عشرة صواريخ موجهة مضادة للطائرات لتدمير أهداف من النوع الاول ، وعشرة صواريخ لتدمير أهداف من النوع الثالث .

— يجب تخصيص عشر مقاتلات لتدمير أهداف من النوع الاول ، ولا تخصص أى مقاتلات ضد أهداف النوع الثانى ، وتخصص ٣٠ مقاتلة لتدمير أهداف من النوع الثالث .

مهمة التوزيع الأنسب لوسائل الأسطول (البحرية) فى القتال ضد السفن المعادية

سنقوم فى هذا البحث بدراسة مهمة توزيع القوات البحرية (قوة الأسطول البحرى) للقتال ضد سفن العدو على شكل مثال محدد، يمكن على نمطه بعد ذلك إجراء أى توزيع أو متابعة البحث والدراسة.

لنفرض أن العدو يمتلك نوعين من السفن، وأننا نمتلك ثلاث وسائل للتعامل معها هى :

— غواصات مسلحة بالطوربيدات.

— سفن حاملات للصواريخ ذات الأجنحة.

— غواصات مزودة بالصواريخ البالستيكية

لنفرض أن احتمالات الحصول على إصابات مباشرة فى سفن (أهداف) العدو، وكذا كميات الوسائل المتوفرة لدينا ولدى العدو، هى كما هو موضح بالجدول التالى :

	نوع وشكل الوسيلة	نوع الهدف ١	نوع الهدف ٢	عدد الوسائل
١	غواصات الطوربيد	$س_{١١}$ / ٠,٤	$س_{١٢}$ / ٠,٦	٢
٢	سفن صواريخ ذات أجنحة	$س_{٢١}$ / ٠,٧	$س_{٢٢}$ / ٠,٨	٣
٣	غواصات مزودة بالصواريخ البالستيكية.	$س_{٣١}$ / ٠,٣	$س_{٣٢}$ / ٠,٦	١
	عدد الأهداف	٢	٤	٦

والقيم الواردة بالبسط تبين عدد الوسائل المطلوبة من وسائل الأسطول

(وهى القيم المطلوب إيجادها) التى تخصصها خطة الاستخدام لكل نوع من الأهداف ، أما المقام فيبين احتمال الحصول على التأثير المطلوب لكل وسيلة من الوسائل .

وسنعتبر أن الخطة تخصص وسيلة قتالية واحدة لكل هدف ، وعليه يمكن تصوير النهايات كما يلى :

$$س_{١١} + س_{١٢} = ٢$$
$$س_{٢١} + س_{٢٢} = ٣$$
$$س_{٣١} + س_{٣٢} = ١$$
$$س_{١١} + س_{٢١} + س_{٣١} = ٢$$
$$س_{١٢} + س_{٢٢} + س_{٣٢} = ٤$$

كما أن التوقع الرياضى لعدد السفن المغرقة يمكن أن يأخذ الشكل التالى :

$$م = ٠,٤ س_{١١} + ٠,٦ س_{١٢} + ٠,٧ س_{٢١} + ٠,٦ س_{٢٢} + ٠,٣ س_{٣١} + ٠,٦ س_{٣٢}$$

وإذا فرضنا أن العضوين $س_{١١}$ ، $س_{٢٢}$ هما العضوان المجهولان الحران، وقمنا بإيجاد قيم باقى الأعضاء المجهولة بمعلومية هذين العضوين فإن :

$$س_{١٢} = ٢ - س_{١١}$$
$$س_{٢١} = ٣ - س_{٢٢}$$
$$س_{٣١} = ٢ - س_{١١} - ٣ + س_{٢٢} = -١ - س_{١١} + س_{٢٢}$$
$$س_{٣٢} = ٤ - ٢ + س_{١١} - س_{٢٢} = ٢ + س_{١١} - س_{٢٢}$$
$$م = ٤,٢ + ٠,١ س_{١١} - ٠,٢ س_{٢٢}$$

ولما كان الناتج لا بد أن يكون موجباً فمن الممكن كتابة المتراجحات التاليـــة :

$٢ \quad س_{١١}$ أكبر من أو تساوى صفر

$٣ - س_{٢٢}$ أكبر من أو تساوى صفر .

$-١ - س_{١١} + س_{٢٢}$ أكبر من أو تساوى صفر .

$٢ + س_{١١} - س_{٢٢}$ أكبر من أو تساوى صفر .

$س_{١١}$ أكبر من أو تساوى صفر .

$س_{٢٢}$ أكبر من أو تساوى صفر .

وتتلخص المهمة فى إيجاد قيم الأعضاء (العناصر) المجهولة التى تحقق المتراجحات ، والتى يتحقق معها النهاية العظمى للتوقع الرياضى لعدد السفن المخرقة .

وبحل هذه المسألة بيانياً نحصل على الشكل المتعدد الزوايا الموضح فى شكل ٢٣ ، الذى يوضح المستقيم م ، كما أن السهم يوضح اتجاه انتقال هذا المستقيم مع زيادة قيمة م . ومنه يتضح أن التوزيع الأمثل يتفق وقمة الشكل المتعدد الزوايا ، وإحداثياتها $س_{١١} =$ صفر ، $س_{٢٢} = ١$.

وبمعلومية هذه الإحداثيات يمكن إيجاد باقى العناصر المجهولة ، أى أن :

$$س_{١٢} = ٢ ، س_{٢١} = ٢ ، س_{٣١} = \text{صفر} ، س_{٣٢} = ١$$

والنهاية العظمى للتوقع الرياضى لعدد الأهداف المصابة تساوى :

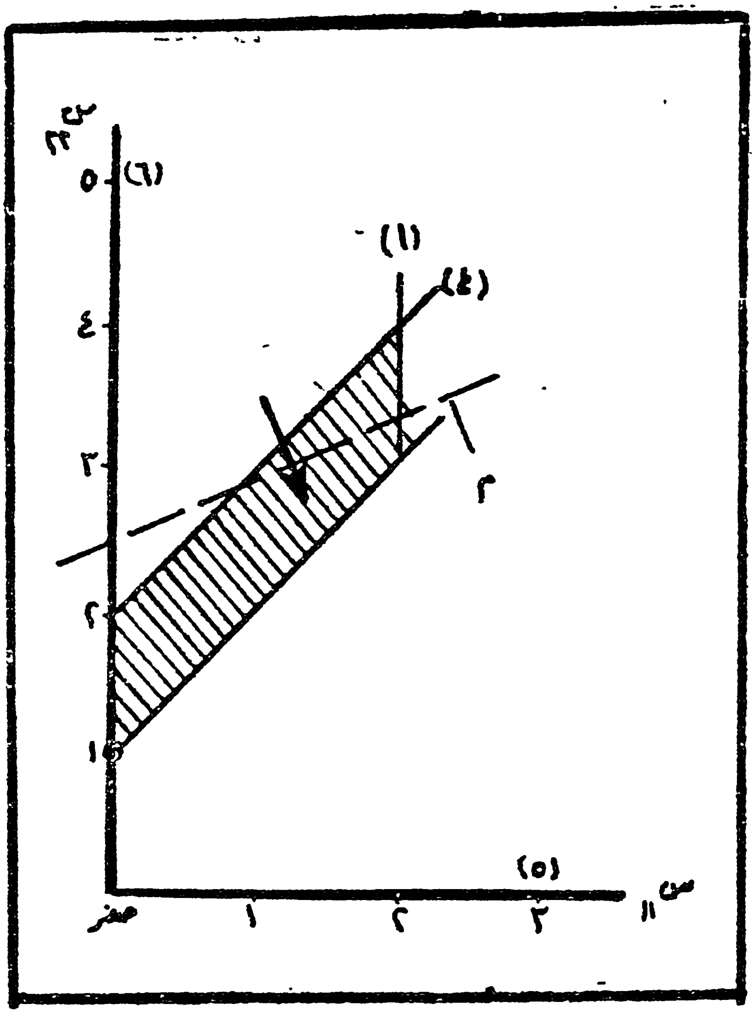
$$م_{\text{أعظمى}} = ٤,٢ - ٠,٢ \times ١ = ٤$$

وعلى ذلك فلتنفيذ المهمة بأقصى فاعلية ممكنة يجب توزيع وسائل الأسطول على الأهداف كما يلى :

— تخصص الغواصات المزودة بالطوربيدات كما يلى :

* لا شىء للهدف من النوع الأول .
* غواصتان للهدف من النوع الثانى .

— يخصص صاروخان من صواريخ السفن لهدف من النوع الأول وصاروخ لهدف من النوع الثانى .



شكل (٢٣) شكل متعدد الزوايا خاص بحل مسألة توزيع الأهداف البحرية

— لا تخصص أى غواصات مزودة بصواريخ بالستيكية لأى أهداف من النوع الأول فى حين تخصص غواصة واحدة لهدف من النوع الثانى .

بهذا التوزيع نتوقع إغراق أربعة أهداف (سفن) للعدو . أما إذا تم التوزيع بصورة أخرى فإن العدد يقل عن ذلك .

مهمة توزيع وسائل الاستطلاع

سندرس فيما يلي مهمة التوزيع الأمثل لوسائل الاستطلاع تبعاً لإمكانياتها :
توجد ثلاث أنواع من وسائل الاستطلاع :

- طائرة مزودة بجهاز رادار .
- طائرة مزودة بآلة تصوير .
- غواصة .

ويوجد نوعان من الأهداف كلف الاستطلاع باكتشافهما . واحتمال اكتشاف أى هدف والتعرف على نوعه ، وكذا وسائل الاستطلاع المتيسرة وعدد الأهداف ، موضح بالجدول التالى :

	نوع وشكل الوسيلة	نوع الهدف ١	نوع الهدف ٢	عدد الوسائل
١	طائرة مزودة بآلة تصوير	$س_{١١}$ / ٠,٥	$س_{١٢}$ / ٠,٧	٤
٢	طائرة مزوده بجهاز رادار	$س_{٢١}$ / ٠,٦	$س_{٢٢}$ / ٠,٦	٣
٣	غواصة	$س_{٣١}$ / ٠,٧	$س_{٣٢}$ / ٠,٦	٤
	عدد الأهداف	٤	٧	١١

القيم الواردة بالبسط تعنى عدد (كمية) وسائل الاستطلاع المطلوبة ، والقيم الواردة بالمقام تبين احتمال اكتشاف الهدف بهذه الوسيلة .

وسنعتبر أننا سنخصص وسيلة استطلاع واحدة لكل هدف . وعليه فإن النهايات تأخذ الصور التالية :

$$\text{س}_{١١} + \text{س}_{١٢} = ٤$$
$$\text{س}_{٢١} + \text{س}_{٢٢} = ٣$$
$$\text{س}_{٣١} + \text{س}_{٣٢} = ٤$$
$$\text{س}_{١١} + \text{س}_{٢١} + \text{س}_{٣١} = ٤$$
$$\text{س}_{١٢} + \text{س}_{٢٢} + \text{س}_{٣٢} = ٧$$

والتوقع الرياضى لعدد الأهداف المكتشفة يساوى :

$$\text{م} = ٠{,}٥\ \text{س}_{١١} + ٠{,}٧\ \text{س}_{١٢} + ٠{,}٦\ \text{س}_{٢١} + ٠{,}٥\ \text{س}_{٢٢} + ٠{,}٧\ \text{س}_{٣١} + ٠{,}٦\ \text{س}_{٣٢}$$

وإذا اعتبرنا أن $\text{س}_{١١}$ ، $\text{س}_{٢٢}$ عناصر مجهولة حرة ومن المعادلات السابقة نجد أن :

$$\text{س}_{١٢} = ٤ - \text{س}_{١١}$$
$$\text{س}_{٢١} = ٣ - \text{س}_{٢٢}$$
$$\text{س}_{٣١} = ١ - \text{س}_{١١} + \text{س}_{٢٢}$$
$$\text{س}_{٣٢} = ٣ - \text{س}_{١١} + \text{س}_{٢٢}$$
$$\text{م} = ٧{,}٩ - ٠{,}٥\ \text{س}_{١١} + ٠{,}٢\ \text{س}_{٢٢}$$

ونظراً لأن القيم المطلوبة للحل يجب أن تكون موجبة إذن يمكننا استنتاج المتراجحات (المتباينة Inequality أو اللاتساوى) التالية :

$٤ - \text{س}_{١١}$ أكبر من أو تساوى صفر

$٣ - \text{س}_{٢٢}$ « « « «

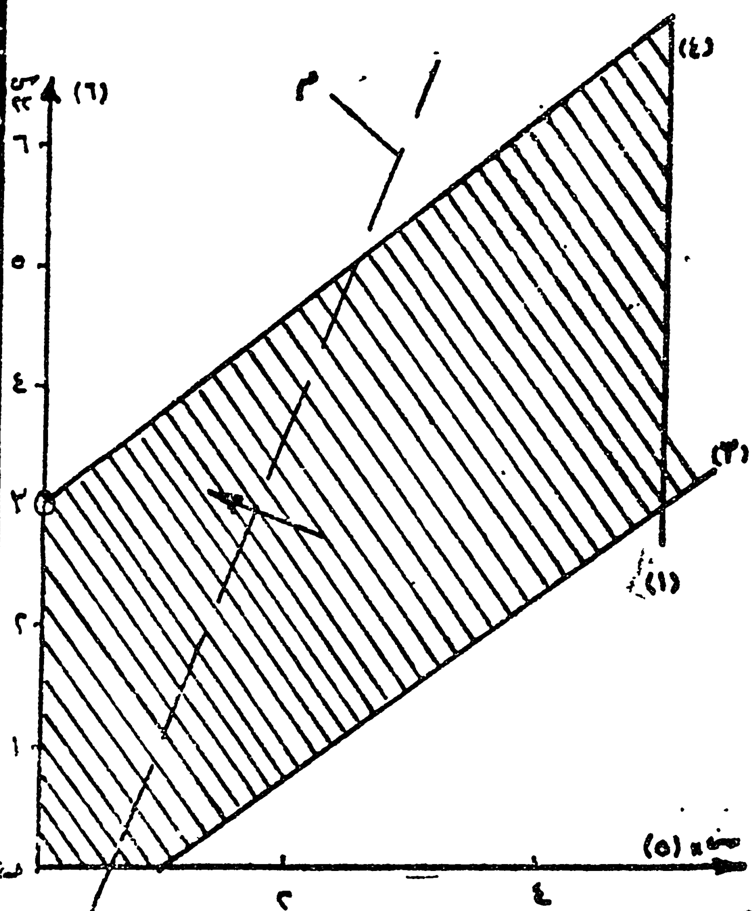
$١ - \text{س}_{١١} + \text{س}_{٢٢}$ « « « «

$٣ + \text{س}_{١١} - \text{س}_{٢٢}$ « « « «

$س_{11}$ أكبر من أو تساوى صفر

$س_{22}$ » » » » »

وإذا رسمنا هذه المعادلات بيانيا فإننا نحصل على شكل ٢٤ ، ولقد أوضحنا عليه اتجاه تزايد القيمة م بسهم .



شكل ٢٤ - متعدد الزوايا الخاص بحل مسألة توزيع وسائل الاستطلاع

الحل الأمثل لحالتنا هذه يتفق وقمة الشكل المتعدد الزوايا التى إحداثياتها

$س_{11}$ = صفر ، $س_{22}$ = ٣

وعليه فبالتعويض يمكن إيجاد باقى القيم المجهولة وهى :

$س_{12}$ = ٤ ، $س_{21}$ = صفر ، $س_{31}$ = ٤ ، $س_{32}$ = صفر

والنهاية العظمى للتوقع الرياضى لعدد الأهداف المكتشفة يساوى :

$$م_{عظمى} = ٧,٩ + ٠,٢ \times ٣ = ٨,٥$$

وعليه فى ظروف المهمة السابقة يكون التوزيع الأمثل كما يلى :

— لا تكلف الطائرات المزودة بآلات تصوير استطلاع أى أهداف من النوع الأول ، وتخصص طائرات من هذا النوع لاستطلاع أهداف من النوع الثانى .

— لا تكلف الطائرات المزودة بأجهزة رادار باستطلاع أى أهداف من النوع الأول ، وتخصص ثلاث طائرات من هذا النوع لاستطلاع أهداف من النوع الثانى .

— تخصص أربع غواصات لاستطلاع أهداف من النوع الأول ، ولا تكلف باستطلاع أى أهداف من النوع الثانى .

مهمة إنشاء نظام دفاعى من وجهة نظر التكلفة

فى جميع الأمثلة السابقة كانت منطقة حل المسائل المختلفة عبارة عن شكل رباعى أو خماسى مقفل ، ولكن يوجد نوع من البرمجة الخطية التى تكون منطقة الحل فيها غير مقفلة ، ولكن — كما فى الأمثلة السابقة — يوجد الحل على حدود هذه المنطقة .

وسنقوم هنا بدراسة مهمة إنشاء نظام دفاع جوى متخذين النهاية الصغرى للتكلفة مقياساً (معياراً) .

لنفرض أننا مكلفون بإنشاء نظام دفاع جوى عن هدف معين ، وكان معروفاً لدينا أن العدو سيهاجم هذا الهدف ، وسنفترض أن العدو سيقوم بمهاجمته بالأسلوب التالى :

— بما لا يزيد عن ١٠٠ طائرة على ارتفاعات منخفضة .

— بما لا يزيد عن ١٥٠ طائرة على ارتفاعات متوسطة .

— بما لا يزيد عن ١٠٠ طائرة على ارتفاعات عالية .

وبفرض أننا نمتلك نوعين من الصواريخ الموجهة المضادة للطائرات — أحدهما للارتفاعات المنخفضة والآخر للارتفاعات العالية — ولكل منهما احتمال معين لإصابة الهدف يتوقف على ارتفاعه ، وتعتبر تكلفة الصواريخ الخاصة بالارتفاعات المنخفضة نصف تكلفة النوع الآخر .

والمطلوب معرفة أو استنتاج ما يلى :

كم وحدة تلزم ، وما هو النوع الذى يفضل استخدامه بحيث يمكن إسقاط عدد من الطائرات لا يقل عن عدد معين ، وتكون تكلفة هذا النظام أقل ما يمكن ؟

لحل هذه المسألة نورد البيانات الابتدائية فى الجدول التالى :

نوع الصواريخ	احتمال إصابة الهدف على ارتفاع منخفض	احتمال إصابة الهدف على ارتفاع متوسط	احتمال إصابة الهدف على ارتفاع مرتفع	ثمن الوحدة
ذات الارتفاع المنخفض	٠,٧٥	٠,٥	٠,٢٥	٢٥
ذات الارتفاع المرتفع	٠,٢٥	٠,٥	٠,٧٥	٥٠
أقصى عدد للطائرات القائمة بالهجوم على الارتفاعات المختلفة	١٠٠	١٥٠	١٠٠	—

ولنرمز لعدد وحدات الصواريخ ذات الارتفاع المنخفض بالحرف سه ، ولعدد وحدات الصواريخ ذات الارتفاع المنخفض بالحرف صه ، وعليه يمكن كتابة الحدود (النهاية) كما يلى :

(١) ٠,٧٥ سه + ٠,٢٥ صه أكبر من أو تساوى ١٠٠

وهذه المتراجحة (المتباينة) تصور المطلب الخاص بأن لا يقل التوقع الرياضى لعدد الطائرات المسقطة (على الارتفاعات المنخفضة) بالصواريخ ذات الارتفاع المنخفض (٠,٧٥ سه) وكذا الصواريخ ذات الارتفاع العالى (٠,٢٥ صه) عن ١٠٠ (مجموع ما يسقط) .

(٢) ٠,٥ سه + ٠,٥ صه أكبر من أو تساوى ١٥٠

وهذه المتراجحة تعبر لنا رياضياً بأن التوقع الرياضى لعدد الطائرات المسقطة بواسطة كلا النوعين من الصواريخ (ذات الارتفاع المنخفض والعالى) عن ١٥٠ طائرة .

(٣) ٠,٢٥ س + ٠,٧٥ صـ أكبر من أو تساوى ١٠٠

وهذه أيضاً تعنى أن التوقع الرياضى لعدد الطائرات المسقطة بكلا النوعين من الصواريخ لا يقل عن ١٠٠ طائرة .

وبالإضافة إلى ما سبق توجد نهايتان (حدان) هما :

(٤) س أكبر من أو تساوى صفر .

(٥) صـ أكبر من أو تساوى صفر .

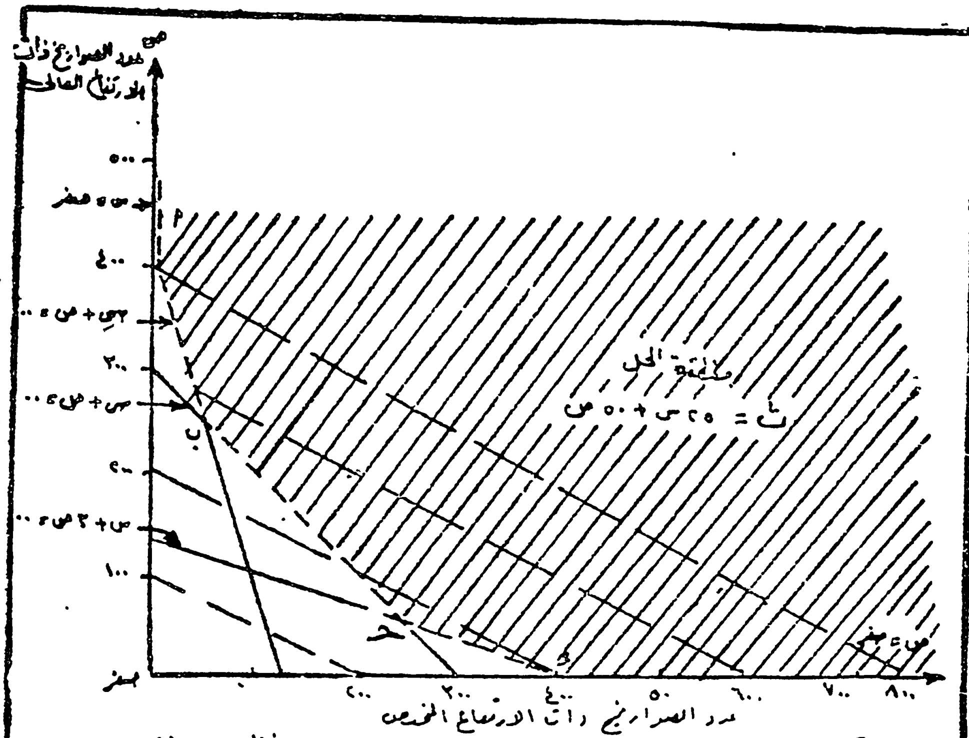
وهاتان المتراجحتان تعنيان أن العدد الذى نبحث عنه ، الذى يحدد كمية الوحدات الصاروخية ذات الارتفاع المنخفض وتلك ذات الارتفاع العالى ، لا يمكن أن تكون قيمة سالبة .

والآن لنحول هذه المتراجحات إلى صورة أكثر بساطة :

٣س + صـ أكبر من أو تساوى ٤٠٠	(١)
س + صـ أكبر من أو تساوى ٣٠٠	(٢)
س + ٣صـ أكبر من أو تساوى ٤٠٠	(٣)
س أكبر من أو تساوى صفر	(٤)
صـ أكبر من أو تساوى صفر	(٥)

وإذا أهملنا علاقة أكبر من (>) واكتفينا بعلامة التساوى فإن جميع المعادلات (وهى تحتوى على قيم مجهولة من الدرجة الأولى) تعتبر معادلات خطوط مستقيمة (خطية)، وإذا عبرنا عن هذه المعادلات بيانياً فإننا نحصل على شكل (٢٥) ، الذى فيه تعبر المعادلتان س = صفر ، صـ = صفر عن محورى الإحداثيات المتعامدين ، أما باقى المعادلات فتظهر على شكل ثلاثة خطوط متقاطعة ومائلة على محاور الإحداثيات بزوايا مختلفة ، ويتضح من الرسم أن الخط المتقطع المكتوب بالبنط الثقيل والمتعرج ا ب حـ ء يمثل حدود منطقة حل المعادلات (وهى المنطقة المظللة بالشكل) .

وهذا يعنى أن أى نقطة تقع فى المنطقة إحداثيات (س ، ص) تعتبر صالحة لحل المتراجحات السابقة ، ومع ذلك لا نعتبر أن المسألة قد حلت ، فالموضوع يتلخص فى أن علينا البحث عن نقطة واحدة من بين هذه النقط الكثيرة جداً ، التى تحقق لنا الشرط الثانى ، وهو أقل تكلفة لجميع الصواريخ التى يتم استهلاكها لصد الهجوم الجوى .



شكل ٥٠- حل المسألة الخاصة بإنشاء نظام دفاعى من وجهة نظر التكلفة

للحصول على هذه النقطة ندرس معادلة إيجاد التكلفة ث ، ومن المعروف أن التكلفة الكلية للصواريخ س والصواريخ ص تساوى :

ث = ٢٥س + ٥٠ ص

وتعتبر هذه المعادلة معادلة خط مستقيم كذلك ، وعليه فبناء على قيمة التكلفة ث سيتحرك هذا المستقيم على الرسم البيانى من خط إلى خط آخر مواز لوضعه السابق (الخطوط المتقطعة) ، وعليه فإن التكلفة تقل كلما اقترب هذا الخط من نقطة الأصل (س = صفر ، ص = صفر) .

وعليه فالنقطة التى تمثل حلا لهذه المعادلة يجب أن تحقق شرطين :

— الشرط الأول : عدم وقوعها خارج حدود منطقة الحل .

— الشرط الثانى : وقوعها على خط أقل تكلفة .

ومن الواضح الجلى أن النقطة التى تحقق هذين الشرطين هى النقطة حـ التى تقع على حدود منطقة الحل ، وإحداثيات هذه النقطة (س = ٢٥٠ ، صـ = ٥٠) ، وهو حل المعادلة (المسألة) .

وعليه فباستخدام ٢٥٠ صاروخا ذا ارتفاع منخفض و ٥٠ صاروخا ذا ارتفاع مرتفع فتمكن من إسقاط عدد من الأهداف لا يقل عن العدد المحدد لكل ارتفاع ، وبأقل استهلاك ممكن للوسائل ، وعليه فإن التكلفة تساوى :

ث = ٢٥س + ٥٠صـ = ٢٥ × ٢٥٠ + ٥٠ × ٥٠
= ٨٧٥٠ وحدة ثمن .

ويمكن إثبات أن أى نقطة أخرى تقع فى منطقة الحل ستؤدى إلى زيادة التكلفة ، وبمقارنة تكلفة نظام الدفاع الجوى للنقط ا ، ب ، حـ ، ى نحصل على الصورة التالية :

بيان	النقط			
	ا	ب	حـ	ى
س	صفر	٥٠	٢٥٠	٤٠٠
صـ	٤٠٠	٢٥٠	٥٠	صفر
ث	٢٠٠٠٠	١٣٧٥٠	٨٧٥٠	١٠٠٠٠

ومن الجدول السابق يتضح أن طريقة البرمجة الخطية تمكننا من تأمين أقل تكلفة ممكنة (النقطة حـ) .

مهمة توزيع الوَسائل القتالية تبعا لمقياس الزمن

لتنفيذ هذه المهمة تستخدم طريقة أخرى تسمى الطريقة الجدولية ، وسنحاول هنا تطبيقها على مثال لتوضيحها وتبسيطها للقارىء .

لنفرض أن لدينا ثلاث مجموعات من الوسائل القتالية كل منها تتكون من :

- المجموعة (التجميع) الأولى ١٠٠ وحدة
- المجموعة (التجميع) الثانية ١٠٠ وحدة
- المجموعة (التجميع) الثالثة ١٢٠ وحدة

وتتلخص المهمة فى تدمير خمسة أهداف (بفرض أن أى وحدة قادرة على الوصول إلى الهدف) فى أقصر وقت ممكن، وذلك باستخدامها على التوالى مبتدئين بالمجموعة الأولى .

ولنفرض أن التوزيع الابتدائى للوسائل على الأهداف كما يلى :

- للهدف الأول ٤٠ وحدة
- للهدف الثانى ٤٠ »
- للهدف الثالث ٨٠ »
- للهدف الرابع ٨٠ »
- للهدف الخامس ٨٠ »

وبالإضافة إلى ماسبق سيكون الفاصل بين استخدام كل وحدة من كل مجموعة كما يلى :

بالنسبة للمجموعة الأولى عند الضرب على الهدف الأول ٢ دقيقة ، والهدف الثانى ١ دقيقة ، والهدف الثالث ٢ دقيقة ، والهدف الرابع ٣ دقيقة، والهدف الخامس ٣ دقيقة .

ونفس الفواصل بالنسبة للمجموعتين الثانية والثالثة .

والآن كيف نحصل على أحسن خطة أو جدول تحت هذه الظروف ، إذا علمنا أن عدد الحلول الممكنة (المحتملة) يقدر بالملايين ؟

إن البرمجة الخطية تمكننا من حل هذه المسألة بعد عدد محدود من المحاولات .

سنبدأ بتوزيع الأهداف بين المجموعات على أساس برنامج أولى منطقى وهو :

استخدام جميع الوحدات القتالية للمجموعة الأولى ، فإذا لم نحصل على النتيجة المرجوة ننتقل إلى المجموعة التالية ، وهكذا . ويمكن أن نحصل على نتيجة ذلك على خطة (جدول) الضرب التالية :

الحل الأول

رقم المجموعة	رقم الهدف ١	٢	٣	٤	٥	عدد الوحدات القتالية
الأولى	٤٠^{٢}	٤٠^{١}	٢٠^{٢}	صفر^{٣}	صفر^{٣}	١٠٠
الثانية	صفر^{٢}	صفر^{٢}	٦٠^{٢}	٤٠^{١}	صفر^{١}	١٠٠
الثالثة	صفر^{١}	صفر^{٣}	صفر^{٢}	٤٠^{١}	٨٠^{٢}	١٢٠
عدد الوحدات القتالية	٤٠	٤٠	٨٠	٨٠	٨٠	٣٢٠

يوضح الجدول عدد الوحدات القتالية من كل مجموعة ستخصص لأى هدف .

والفاصل الزمنى بين استخدام الوحدات القتالية مكتوب على شكل أس للعدد، ويمكن استنتاج مايلى من الجدول السابق :

١ ــ يستمر الضرب على الهدف الأول ٨٠ دقيقة (٤٠ وحدة بفاصل دقيقتين) .

٣ – يستمر الضرب على الهدف الثانى ٤ دقيقة (٤٠ وحدة بفاصل دقيقة) .

٣ – يستمر الضرب على الهدف الثالث ١٦٠ دقيقة(٨٠ وحدة بفاصل دقيقتين) .

٤ – يستمر الضرب على الهدف الرابع ٨٠ دقيقة (٨٠ وحدة بفاصل دقيقة) .

٥ – يستمر الضرب على الهدف الخامس١٦٠ دقيقة (٨٠ وحدةبفاصل دقيقتين) .

وعليه فإجمالى مدة الضرب ٥٢٠ دقيقة (٨ ساعات و ٤٠ دقيقة). كيف إذن يمكن اختصار هذه المدة ؟

سنقوم بادىء ذى بدء بدراسة السطر الأول من الجدول ونبحث عن أول صفر (يقع هذا الصفر فى العمود الرابع وهو يعنى أن الوحدات القتالية من المجموعة الأولى لن تشترك فى ضرب الهدف الرابع) .وهذا يتطلب تغيير الجدول بحيث نحافظ على الإجمالى سواء فى الخانات الرأسية أو الأفقية . وعليه فإن الجدول يأخذ الصورة التالية :

الحل الثانى

رقم المجموعة	رقم الهدف					عدد الوحدات القتالية
	١	٢	٣	٤	٥	
الأولى	٤٠	٤٠	(٢٠ — ١)[٢]	(صفر + ١)[٣]	صفر	١٠٠
الثانية	صفر	صفر	(٦٠ + ١)[٢]	(٤٠ — ١)[١]	صفر	١٠٠
الثالثة	صفر	صفر	صفر	٤٠	٨٠	١٢٠
كمية الوحدات القتالية	٤٠	٤٠	٨٠	٨٠	٨٠	٣٢٠

والآن لنبحث هذا التغيير . بسحب وحدة قتالية واحدة من الهدف الثالث نوفر دقيقتين ، وبإرسال هذه الوحدة إلى الهدف الرابع نخسر ثلاث دقائق (وعليه تكون الخسارة دقيقة واحدة) .

بإضافة وحدة قتالية من المجموعة الثانية إلى الهدف الثالث نخسر دقيقتين ، وبإضافتها إلى الهدف الرابع نكسب دقيقة (وعليه تكون الخسارة دقيقة واحدة) .

ولكننا فى النهاية نكسب دقيقة واحدة كنتيجة نهائية .

والآن لنقم بعمل تجربة بالنسبة لكل الأصفار كما هو موضح بالجدول التالى :

الحل الثالث

نتائج التغييرات الفردية

رقم المجموعة	رقم الهدف ١	٢	٣	٤	٥	عدد الوحدات القتالية
الأولى	٤٠^{٢}	٤٠^{١}	٢٠^{٢}	صفر^{٣}	صفر^{٣}	١٠٠
الثانية	صفر^{٢}	صفر^{٢}	٦٠^{٢}	+١ ٤٠^{٢}	+١ صفر^{١}	١٠٠
الثالثة	صفر صفر^{٣} +١	+١ صفر^{٣} +٢	صفر^{٢} صفر	٤٠^{١}	−١ ٨٠^{٢}	١٢٠
عدد الوحدات القتالية	٤٠	٤٠	٨٠	٨٠	٨٠	٣٢٠

والدليل السفلى للأصفار يبين لنا تغيير مدة (زمن) الضرب وذلك نتيجة المحاولات التى قمنا بها لاحتلال وحدة قتالية محل كل صفر . ويتضح من الجدول إمكان حدوث تغيير واحد يناسبنا يرتبط بتخصيص وحدة قتالية واحدة من المجموعة الثانية للضرب على الهدف رقم ٥ بدلا من الهدف رقم ٤ .

وهذا التغيير يوفر لنا دقيقة واحدة من الوقت . وعليه فإننا نقرر نقل جميع الوحدات القتالية للمجموعة الثانية من الهدف رقم ٤ إلى الهدف رقم ٥ (أى أننا نقرر الاستفادة بأقصى وفر للوقت) .

وإذا ما أعدنا كتابة المصفوفة فإننا نحصل على الحل المقترح الرابع المبين فى الجدول التالى :

الحل الرابع

رقم المجموعة	رقم الهدف ١	٢	٣	٤	٥	عدد الوحدات القتالية
الأولى	٤٠ ^{٢}	٤٠ ^{٢}	٢٠ ^{٢}	صفر ^{٢}	صفر ^{٣}	١٠٠
الثانية	صفر ^{٢}	صفر ^{٢}	٦٠ ^{٢}	صفر ^{١}	٤٠ ^{١}	١٠٠
الثالثة	صفر ^{٣}	صفر ^{٣}	صفر ^{٢}	٨٠ ^{١}	٤٠ ^{١}	١٢٠
عدد الوحدات القتالية	٤٠	٤٠	٨٠	٨٠	٨٠	٣٢٠

وفى هذه الحالة يكون الوقت الإجمالى كما يلى :

(٢×٤٠) + (١×٤٠) + (٢×٢٠) + (٢×٦٠) + (١×٨٠)
+ (١×٤٠) + (٢×٤٠) = ٨٠ + ٤٠ + ٤٠ + ١٢٠
+ ٨٠ + ٤٠ + ٨٠ = ٤٨٠ دقيقة = أى ٨ ساعة .

وبمقارنة هذه الخطة بالخطة السابقة يتضح أننا سنوفر ٤٠ دقيقة . ويستمر العمل بنفس الطريقة للحصول على خطة (جدول) أحسن بأن نقوم بإجراء تغيير مفرد (وحيد) للأصفار على التوالى ، ثم نضع النتيجة التى نحصل عليها فى جدول .

نتائج التغيرات الفردية

رقم المجموعة	رقم الهدف ١	٢	٣	٤	٥	عدد الوحدات القتالية
الأولى	٤٠^{٢}	٤٠^{١}	٢٠^{٢}	صفر^{٣}	صفر^{٣}	١٠٠
				+٣	+٢	
الثانيـــة	صفر^{٢}	صفر^{٢}	٦٠^{٢}	صفر^{١}	٤٠^{١}	١٠٠
	صفر	+١		+١		
الثالثـــة	صفر^{٣}	صفر^{٣}	صفر^{٢}	٨٠^{١}	٤٠	١٢٠
	صفر	+١	—١			
عدد الوحدات القتالية	٤٠	٤٠	٨٠	٨٠	٨٠	٣٢٠

ويتضح أن فى إمكاننا كسب وقت إذا نقلنا نيران المجموعة الثالثة إلى الهدف رقم ٣ ، وعليه فسنقوم بنقل كل الأربعين صاروخا من الهدف رقم ٥ إلى الهدف رقم ٣ ، وبذلك نحصل على الخطة التالية :

الحل الخامس

رقم المجموعة	رقم الهدف ١	٢	٣	٤	٥	عدد الوحدات القتالية
الأولى	٤٠^{٢}	٤٠^{١}	٢٠^{٢}	صفر	صفر	١٠٠
الثانيـــة	صفر	صفر	٢٠^{٢}	صفر	٨٠^{١}	١٠٠
الثالثـــة	صفر	صفر	٤٠^{٢}	٨٠^{١}	صفر	١٢٠
عدد الوحدات القتالية	٤٠	٤٠	٨٠	٨٠	٨٠	٣٢٠

وفى هذه الحالة يصبح إجمالى الوقت كما يلى :

(٢×٤٠) + (١×٤٠) + (٢×٢٠) + (٢×٢٠) + (٢×٤٠)
+(١×٨٠)+(١×٨٠)=٨٠+ ٤٠ + ٤٠ + ٤٠+ ٨٠+ ٨٠
+ ٨٠ = ٤٤٠ دقيقة = ٧ ساعات ٦ ٢٠ دقيقة .

وهذا يعنى أننا وفرنا ٤٠ دقيقة أخرى .

والآن فلنقم بتغيير مفرد جديد لجميع الأصفار وندون الناتج فى جدول .

نتائج التغيرات الفردية

رقم المجموعة	رقم الهدف ١	٢	٣	٤	٥	عدد الوحدات القتالية
الأولى	٤٠ ^{٢}	٤٠ ^{١}	٢٠ ^{٢}	صفر ^{٣} +٢	صفر ^{٣} +٢	١٠٠
الثانيـــة	صفر ^{٢} صفر	صفر ^{٢} +١	٢٠ ^{٢}	صفر ^{١}	٨٠ ^{١}	١٠٠
الثالثـــة	صفر ^{٣} +١	صفر ^{٣} +٢	٤٠ ^{٢}	٨٠ ^{١}	صفر ^{٢} +١	١٢٠
عدد الوحدات القتالية	٤٠	٤٠	٨٠	٨٠	٨٠	٢٣٠

ويتضح من الجدول أن أى تغيير من التغييرات لم يؤد إلى النتيجة المطلوبة وكل تغيير يؤدى إما إلى زيادة زمن (مدة) الضرب أو يبقى الزمن دون تغيير ، وهذا يعنى أننا حصلنا على أنسب حل للمهمة (وهو الحل الخامس) ، وإذا قورنت هذه الخطة (الحل الخامس) بالخطة الأولى (الحل الأول) فسيتضح لنا أننا اختصرنا ساعة و٢٠ دقيقة ، وهو مكسب كبير وهام بالنسبة للأعمال القتالية .

المهمة العامة للبرمجة الخطية
عند استخدامها فى الحسابات التكتيكية والتعبوية

لقد استعرضنا — فيما سبق — مهام خاصة اتضح منها أن طرق البرمجة الخطية يمكن استخدامها لحل الكثير من المشاكل (المسائل) العملية الحيوية ذات الطابع العسكرى . وفى جميع الحالات تعرضنا لجداول (مصفوفات) فيها حاصل ضرب عدد الوسائل فى عدد الأهداف يساوى ٦ . والسبب فى ذلك أن المصفوفة من هذا النوع سهلة ويمكن التعبير عنها هندسياً عند ما يكون الحل الأمثل واقعا فى أحد قمم الشكل المتعدد الزوايا الناتج أما إذا كان عدد العناصر المجهولة الحرة يساوى ثلاثة فإن الحل الأمثل يقع فى إحدى قمم الشكل المتعدد الأسطح للحل . وإذا كان عدد هذه العناصر أكبر من ٣ فإن الحل لا يمكن التعبير عنه هندسيا بسهولة ، مع أن ما يسمى multimeasared geometry يستخدم فى مثل هذه الحالات .

ولحل مسائل البرمجة الخطية عند ما تكون م و ن كبيرتين تستخدم طرق أخرى مثل طريقة المصفوفة المعكوسة (العكسية) reverse matrix .

ولكن عند ما تكون المصفوفات كبيرة جداً فإن الحل سيكون ضخما إلى حد كبير بغض النظر عن الطريقة المستخدمة ، الأمر الذى يكاد يكون الحل معه مستحيلا بالوسائل البسيطة . لذلك تستخدم الآلات الحاسبة الإلكترونية فى حل مسائل البرمجة الخطية فى وقتنا الحاضر وعلى نطاق واسع .

وقد نلجأ إلى طرق البرمجة الخطية فى البحث عن التوزيع الأمثل للقوى والوسائل فى العمليات الحربية ، وخاصة إذا كان عدد وسائل وأهداف العدو كثيرة وأنواعها متباينة وكثيرة .

والقاعدة الرئيسية التى توضح لنا مدى إمكان استخدام البرمجة الخطية لتنفيذ

هذه المهمة هو تخصيص وسيلة واحدة لكل هدف واحد . أما إذا كنا سنستخدم أكثر من وسيلة للتعامل مع الهدف الواحدفإن الطريقة التى يمكن استخدامها — كما سبق أن ذكرنا — هى طريقة البرمجة غير الخطية .

وتتلخص الطريقة العامة لحل المهام المختلفة بواسطة البرمجة الخطية فيما يلى :

— يتم إيجاد الفاعلية القتالية (احتمال الإصابة ، أو الخسائر النسبية ، أو احتمال الظهور ... الخ) لكل نوع من الوسائل بالنسبة لكل نوع من الأهداف .

— بعد ذلك تشكل مصفوفة تحتوى خاناتها الرأسية على الأهداف وسطورها على الوسائل ، وتحتوى مربعاتها الداخلية على عدد الوسائل غير المعلوم والفاعلية المعلومة لكل وسيلة بالنسبة لكل هدف كما يدون فى هذه المصفوفة إجمالى عدد الوسائل وإجمالى عدد الأهداف .

— بعد ذلك تكتب النهايات على شكل معادلات أو متراجحات .

— وطبقا لطبيعة المهمة نختار المقياس أو المعيار الذى يعبر عن فاعلية توزيع الوسائل القتالية (القوة الكلية للذخيرة ، الخسائر النسبية الكلية ، التوقع الرياضى لعدد الأهداف التى تصاب ، إلخ) . ويجب أن نعبر عن مقياس أو معيار الفاعلية بمعلومية الفاعلية المعروفة لكل وسيلة وكمية الوسائل القتالية المخصصة لكل نوع من الأهداف .

— فإذا كانت المعادلات أو المتراجحات من الدرجة الأولى فمن الممكن استخدام البرمجة الخطية .

وطبقاً لمقاييس وتعقد المصفوفة تختار طريقة الحل المناسبة .

الباب الخامس

استخدام نظرية خط الانتظار في الأعمال الحربية

ميدان نظرية خط الانتظار

تقوم نظرية خط الانتظار Waiting line بدراسة الناحية الكمية فى أى عملية ، وهى ترتبط بتنظيم الخدمات بالجملة ، ويقصد بكلمة الخدمة service تأدية الوظيفة لأى نظام من الأجهزة المخصصة لتلبية متطلبات كثيرة ومن نوع واحد .

وفى الحياة العملية للإنسان كثيراً ما يقابل حالة تظهر فيها الحاجة إلى مطالب كثيرة جداً (mass demand بالجملة) من الخدمات الخاصة أياً كان نوعها ، فى الوقت الذى يكون فيه نظام الخدمة ، الذى لا يتوفر لديه إلا عدد محدود من الأجهزة ذات الإنتاجية المحدودة ، غير قادر فى كل الحالات على إجابة جميع الطلبات المقدمة إليه ، ولتوضيح ذلك نضرب مثلا بمراكز التليفونات ، والمطارات ، والقواعد البحرية ، ومحطات الوقود ، والمستشفيات ، وأماكن صرف التذاكر (شباك صرف التذاكر) ، ونقط الإصلاح ، وغير ذلك من منشآت الخدمات العامة ، وفى كل الحالات المماثلة تقوم هذه النظرية بدراسة وحل المهمة الرئيسية التالية :

تحديد العلاقة بين عدد أجهزة الخدمة المتيسرة (ذات القدرة الإنتاجية المحددة) وكمية الطلبات الواردة (وذلك بأعلى درجة دقة ممكنة) ، بحيث يمكن لطاقة هذه الأجهزة أن تغطى هذه الطلبات .

وتعتبر هذه النظرية ذات قيمة عظيمة فى العمل الحربى حيث يظهر التناقض بين حجم الاحتياجات اللازم لتأمين القوات ، وإمكانية تحقيق ذلك بواسطة عدد محدود من العناصر التى تدخل فى نظام التأمين لهذه القوات .

أمثلة لتنظيم خط الانتظار

نورد فيما يلى أمثلة لنظم خط الانتظار (الخدمة الكبيرة) Waiting line التى تتسم بطابع عسكرى مستخدمين المصطلحات التى وضعتها هذه النظرية

نظام الخدمة	العنصر القائم بالخدمة فى هذا النظام	ملخص للخدمة التى يؤديها	تيار المطالب الذى يرد لهذا العنصر	إنتاج هذا العنصر أو الخدمة
١ — شبكة إصلاح معدات الطيران	ورشة إصلاح معدات الطيران	إصلاح معدات الطيران المختلفة	طائرات ومحركات وغير ذلك من معدات الطيران التى يلزمها أى إصلاح	معدات صالحة للاستخدام بعد إصلاحها
٢ — وحدات صواريخ مضادة للطائرات	وحدة صواريخ مضادة للطائرات	تدمير طائرات وصواريخ العدو	طائرات وصواريخ العدو التى تكتشفها شبكة الإنذار للدفاع الجوى وهى تقترب من قواتنا	طائرات وصواريخ معادية مدمرة (تم إسقاطها)
٣ — نظام الخدمات الطبية للأفراد	نقط طبية أو تطهير	العناية الصحية والعلاج الطبى للأفراد	أفراد يلزمهم علاج طبى	أفراد تم شفاؤهم

من الأمثلة المذكورة بالجدول يتضح أن اصطلاح « خط الانتظار » لا يعنى ما تعودنا فهمه عند سماع هذا الاصطلاح، بل يعنى الكثير من المفاهيم. فإذا كنا قد تعودنا فى أحاديثنا أن الخدمة ترتبط بالإمداد بالاحتياجات المادية فإن نظرية خط الانتظار أعم وأشمل (وهذا واضح من المسلسل ٢ بالجدول) .

إن مهمة خط الانتظار waiting line تتلخص فى الكشف عن الخواص الكمية الرئيسية لنظام هذه الخدمة ، التى تمكننا من تقويمه والحكم عليه .

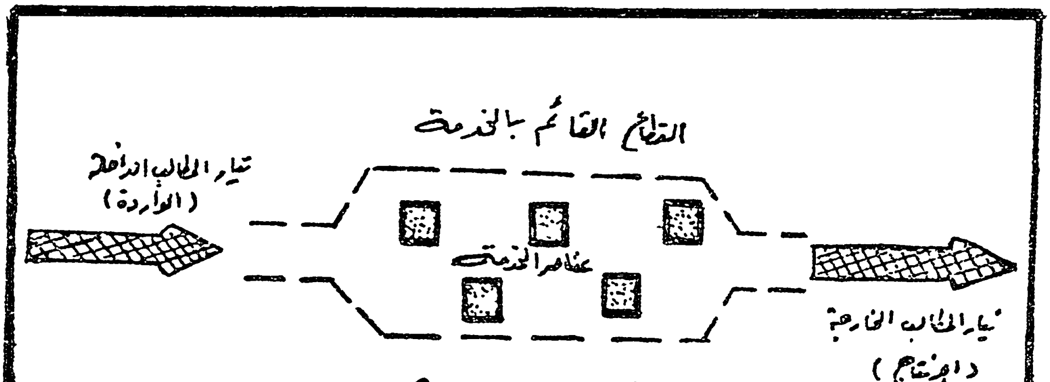
وبمعلومية هذه الخواص يمكن تفهم محلها فى التنظيم والتحكم فى تطويرها.

ومن الجدول يتضح أن نظام الخدمة يتلقى تياراً من الطلبات وله تيار من الإنتاج .

تنوع نظم خط الانتظار

قد تكون طاقة (مقدرة أو كفاية) النظام كافية أو غير كافية ، وتعتبر الطاقة غير كافية إذا كان إنتاج النظام فى وحدة الزمن أقل من المطالب التى ترد إليه فى نفس وحدة الزمن .

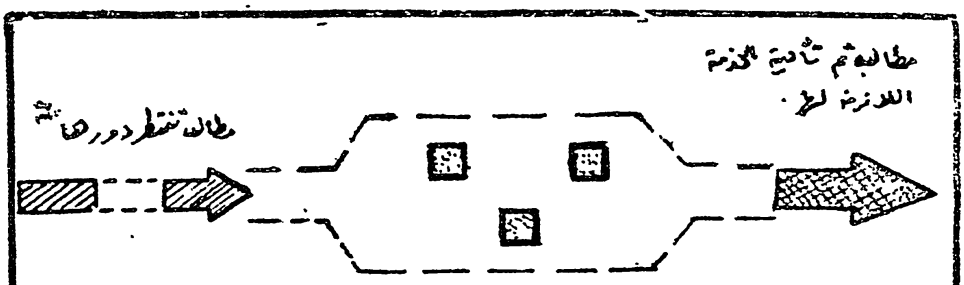
وإذا كانت الطاقة كافية فلا توضع أسبقيات فى الدخول ، وبالتالى يكون تيار الإنتاج (أو الخروج) مساوياً لتيار الدخول (المطالب) . انظر شكل (٢٦) .



شكل ٢٦ - طاقة نظام الخدمة كافية

والمعيار الكمى الرئيسى لنوعية العمل بهذا النظام هو العمالة الكاملة (النسبة المتوسطة للعمالة) للجهاز القائم بالخدمة، وفى هذه الحالة تشير النسبة المتوسطة المنخفضة للعمالة إلى أنه توجد عمالة فائضة فى هذا النظام، الأمر الذى ينتج عنه أن جزءاً كبيراً من عناصر الخدمة لا يشترك فى معالجة المطالب الواردة (محولة إلى عدد من المطالب فى وحدة الزمن).

وفى الحالات التى تكون فيها الطاقة الانتاجية غير كافية (شكل٢٧) يتحتم وضع أسبقيات للمطالب (مثل: طائرات واردة للورش بها أعطال ويلزم إصلاحها، وكانت إمكانيات الورش فى وحدة الزمن أقل من عدد الطائرات المطلوب إصلاحها فى المدة نفسها)، وعليه فستكون هنالك مطالب تنتظر دورها فى الاصلاح، ويطلق على هذا النظام «نظام الانتظار».



شكل ٢٧ - نظام خدمة مع الانتظار. الطاقة غير كافية. وتوجد مطالب تنتظر دورها.

والمعيار الكمى الرئيسى للحكم على كفاية هذا النظام هو المدة المتوسطة للإنذار (العدد المتوسط للعناصر أو الوحدات التى تنتظر بداية الخدمة كأن يقال يوجد ١٠ طائرات فى المتوسط فى انتظار دور الدخول للورش للإصلاح).

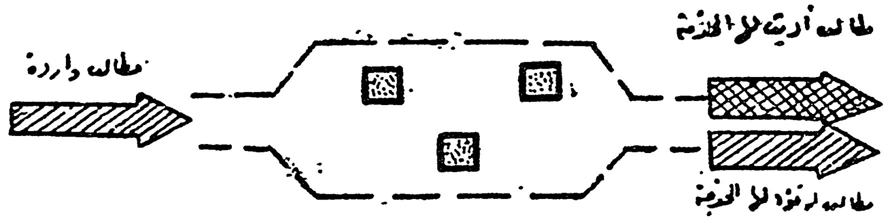
هذا ويوجد عدد آخر من المقاييس (المعايير) التى نهتم بدراستها وأهمها المدة المتوسطة للانتظار (المدة المتوسطة لانتظار الدور)، وفى هذه الحالة فإن مقياس (معيار) العمالة الكاملة لأجهزة الخدمة تتراجع إلى الخطة التالية أى أنها تعتبر عاملا مساعداً.

وفى حالات أخرى قد لا تنتظر المطالب بداية (بدء) الخدمة (شكل ٢٨)

مثال :

(طائرات معادية اخترقت مجالنا الجوى وما زالت به) .

فإذا كانت طاقة النظام (عناصر الدفاع الجوى) غير كافية فإن التيار الخارج (أى الإنتاج) سيتكون من مطالب تمت خدمتها (الطائرات التى تم إسقاطها) ومطالب لم تتم خدمتها (طائرات نجحت فى اختراق منطقة الدفاع الجوى) .



شكل ٢٨ — نظام خدمة ذو خسائر . الطاقة غير كافية ولكن المطالب لا تنتظر دورها

ويطلق على هذا النظام «نظام ذو خسائر» ، والمعيار الكمى الرئيسى للحكم على كفاية عمل هذا النظام هو «احتمال رفض أداء الخدمة» أى احتمال انشغال جميع عناصر الخدمة بتأدية الخدمة لمطالب وصلت من قبل ، وذلك لحظة وصول مطالب جديدة تتطلب الخدمة نفسها .

ويؤخذ «العدد المتوسط للأجهزة العاملة المشغولة فعلا بأداء الخدمة» كمعيار لهذه الكفاية .

وفى الحياة العملية نقابل أنواعاً أخرى من النظم الخاصة بالخدمة بالجملة، التى تتصف بخواص معقدة ، وهذا الكتاب لا يدرس مثل هذه النظم وإنما توجد لها مراجع خاصة .

الحاجة إلى استخدام خط الانتظار

عندما يكون الفاصل بين المطالب الواردة ثابتاً ، ويكون الزمن اللازم لتأدية الخدمة للمطلب الواحد ثابتا أيضا ، فلا توجد أى مشكلة تهتم نظرية خط الانتظار بدراستها (أو مهمة تقوم بتنفيذها) . فالبحث عن العـــدد اللازم من أجهزة أو عناصر الخدمة لن يكون أمراً صعباً . فعلى سبيل المثال: إذا فرضنا أنه لدينا نظاما معينا للدفاع المضاد للدبابات ، وأن عدد الدبابات التى تظهر لوسائل الدفاع المضاد للدبابات فى الدقيقة ثابت وهو ٤ دبابات فى الدقيقة ، وأن كل وسيلة مضـادة للدبابات تستهلك نصف دقيقة لتدمير دبابة واحدة،فإن المطلوب من وسائل الدفاع المضادة للدبابات يساوى ٤ × ٠,٥ = ٢ وسيلة ، وذلك يحقق لنا مطلباً محدداً وهو عدم ترك أى دبابة معادية دون تدمير (أى دون خدمة) .

أما نظرية خط الانتظار فتستخدم (تلزم لنـا) عند ما يكون الفاصل الزمنى بين المطالب الواردة أو الزمن بين المطالب الواردة أو الزمن المستغرق لتـأدية الخدمة للمطلب الواحد (للعنصر الواحد) أو الفاصلين معاً عبارة عن قيم غير ثابتة وإنما تتذبذب فى حدود معينة حول قيمة متوسطة معينة . وكقاعدة عامة فى معظم المهام القتالية يتوقف تيار الطلبات الواردة (تيار الاحتياجات) على إرادتنـــا نحن ، وعلى عدد من العوامل الصدفية (التى تخضع للمصادفة) ، ومنها — على وجه الخصوص — إرادة العدو ، ولذلك فلإيجاد عدد الطلبات (المطالب) التى تصل خلال فترة زمنية محددة نلجأ إلى الخصائص المحتملة لتيار هذه الطلبات الواردة . هـذا ويعتبر زمن تأدية الخدمة لطلب واحد بواسطة جهاز خدمة واحد (أو عنصر خدمة) قيمة صدفية (تخضع لقانون الاحتمال) ففى الحياة العملية كل طائرة تصل

إلى شبكة (أو ورش) الإصلاح تتطلب جهوداً مختلفة (حسب طبيعة العطل نفسه)، كما قد تختلف دورة الاشتباك لعناصر الدفاع الجوى حسب طبيعة الهدف وارتفاعه وسرعته وخواصه. ولذلك يجب لكل أسلوب (طريقة) من أساليب الخدمة الشاملة استنباط قانون توزيع زمن تأدية الخدمة، أى الحصول على تلك الدالة التى بواسطتها يمكن لكل فترة زمنية إيجاد احتمال استكمال الخدمة خلالها.

الخواص الاحتمالية لتيار الطلبات الواردة

بالنسبة للكثير من التسلسلات الحقيقية لتيار الطلبات يعتبر قانون بواسون للتوزيع خاصية مميزة يمكن بواسطته الحكم عليها إلى درجة كافية من الدقة . وطبقاً لهـــذا القانون يمكن إيجاد احتمال ورود كمية K محددة إلى نظام الخدمة بواسطة المعادلة التالية :

$$Pk(t) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t}$$

وبالرموز العربية المقترحة :

$$ح_{ك}(ت) = \frac{(\lambda ت)^{ك} \times هـ^{-\lambda ت}}{ك !}$$

حيث :

ح ك (ت) = Pk(t) = احتمال ورود كمية محددة ك = k من الطلبات خلال الفترة الزمنية ت = t .

λ — كثافة التيار (العدد المتوسط للطلبات الواردة في وحدة الزمن) .

ت = t = الزمن .

ك = k = عدد الطلبات في الزمن ت .

هـ = e = أساس اللوغاريتمات الطبيعية (هـ = ٢,٧١٨ ، ولتسهيل الحسابات نورد في نهاية الكتاب جدولا لقيم هـ^-س = e^{-x} للقيم المختلفة من س = X) .

! = علامة المضروب factorial .

ك ! = k ! = يعني مضروب ك = ١ × ٢ × ٣ × ٤ × ... × (ك - ١) × ك .

فعلى سبيل المثال ٤ ! = ٤×٣×٢×١ = ٢٤

(ملحوظة : يوجد فى نهاية هذا الكتاب قيم ك ! = k ! بالنسبة لقيم مختلفة — ملحق ٢) .

وعندما نعبر رياضياً عن العمليات الحقيقية يجب مراعاة أن الواقع أكثر غنى من ذلك المعيار الذى نحاول أن نصوره . ولذلك فقانون التوزيع (أياً كان) يعبر عن المعيار الذى لايحكم به على تيار المطالب فى الحياة العملية ، وإنما نحكم به على التيارات التى يحدها إطار معين . ذلك القانون هو قانون Poisson's Law .

ولكى يمكن استخدام هذا القانون للحكم على تيار من المطالب الحقيقية يجب أن تتحدد هذه المطالب فى الإطار التالى :

١ — يجب أن يكون عدد المطالب التى يتكون منها هذا التيار عدداً صحيحاً (بما فى ذلك الصفر) .

٢ — يجب أن لايتوقف عدد الطلبات الواردة فى فترة ما من الزمن على عدد الطلبات التى ترد فى الفترات الأخرى أو بتعبير آخر يجب أن لايرتبط عدد الطلبات التى ترد فى لحظة ما بوصول أو عدم وصول مطالب فى الأوقات الأخرى .

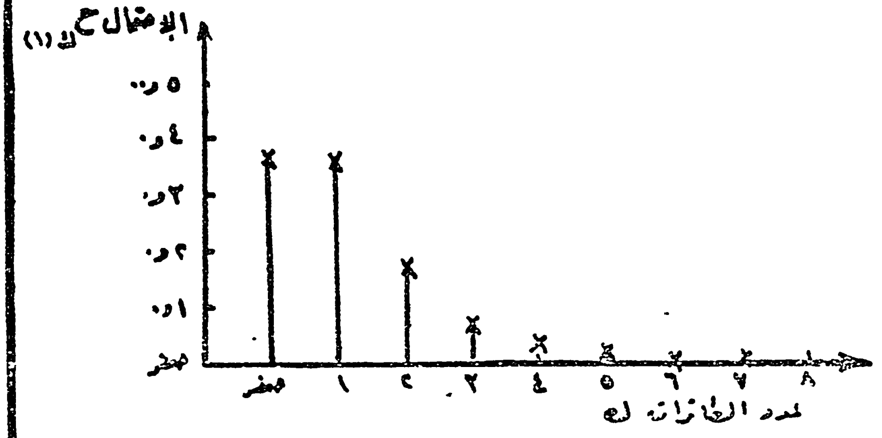
٣ — يجب استبعاد وصول طلبين أو أكثر فى وقت واحد .

٤ — يجب توزيع الطلبات التى ترد على الوقت بطريقة عشوائية ، أو بتعبير آخر يجب أن يتميز تيار الطلبات بعدد متوسط ثابت من الطلبات يرد فى فترات متساوية الوقت (طويلة بالقدر الكافى) . ويرمز لهذا العدد المتوسط من الطلبات بالرمز λ (لامبدا Lampda) ، ويطلق عليه كثافة التيار .

وبغض النظر عما تبدو عليه الحدود المذكورة من صلابة فالكثير من تيارات المطالب الحقيقية يصلح لها قانون توزيع بواسون ، الأمر الذى يسمح باستخدامه فى الحياة العملية . ويطلق على المطالب التى ينطبق عليها هـذا القانون « الطلبات البسيطة » (إذا حصلنا بالطرق الإحصائية على تيار من الطلبات التى ينطبق عليها قانون التوزيع فمن الدلائل على أن هذا التوزيع يخضع لقانون بواسون تساوى التوقع الرياضى مع القيمة الصدفية للتشتت) . فعلى سبيل المثال : إذا كانت كثافة الهجوم الجوى تساوى طائرة واحدة فى الدقيقة (λ = ١) فإن احتمال عبور عدد مختلف من الطائرات لمنطقة ما فى الدقيقة يمكن إيجاده بواسطة الجدول التالى :

عدد الطائرات فى الدقيقة ك (K)	صفر	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧
احتمال ظهور هذا العدد من الطائرات $P_{k(c)}$ = حـ ك (١)	٠ر٣٦٧٩	٠ر٣٦٧٩	٠ر٨٣٩	٠ر٦١٣	٠ر٠١٥٣	٠ر٠٣١	٠ر٠٠٥	٠ر٠٠٠

ويتضح من الجدول السابق أن مفهوم « كثافة الهجوم الجوى تساوى طائرة واحدة فى الدقيقة » لا يعنى أنه فى كل دقيقة تظهر طائرة واحدة . فالمقصود أنه فى الدقيقة الواحدة ستظهر طائرة واحدة فى المتوسط . وفى الوقت نفسه قد يأتى وقت لا تمر فيه أى طائرة خلال دقيقة ما (فى ٣٧٪ من الحالات تقريباً) ، كما ستأتى دقائق تمر خلالها طائرتان (١٨٪ من الحالات) أو ثلاث طائرات (فى ٦٪ من الحالات) أو أكثر . وإذا ما عبرنا عن هذا التوزيع بيانياً فإن المنحنى يبدو كما هو واضح فى شكل (٢٩) التالى :



شكل ٢٩ - قانون توزيع تيار المطالب

ويتضح من الجدول ومن الرسم البيانى أن مرور أربع طائرات أو أكثر أمر مستحيل (لن يحدث)، لأن احتمال ظهور هذه الحادثة (الناتج) صغير جداً بالقدر الذى يمكن إهماله ، ولكن مرور (تحليق) طائرتين أو ثلاث طائرات محتمل الحدوث فى ٢٥٪ من الحالات ، الأمر الذى تجب مراعاته فى وضع خطة الدفاع الجوى .

الخواص الاحتمالية لأوقات الخدمة

فى كثير من النواحى التى نقابلها فى حياتنا العملية ، التى تخضع لقانون الاحتمال ، يمكن إلى درجة كافية من الدقة اعتبار الدالة التالية صالحة لقانون توزيع الوقت على الخدمة :

ف(ت) = ١ - هـ^{-ب ت}

حيث

ف(ت) = احتمال انتهاء الخدمة خلال الزمن ت = t

$\frac{١}{ب}$ = التوقع الرياضى لزمن الخدمة (الزمن المتوسط للخدمة)

التى تؤدى لطلب واحد بواسطة عنصر (جهاز) واحد . وإذا كانت $\frac{١}{ب}$ هى الزمن المتوسط للخدمة لطلب واحد فإن قيمة مقلوبها ب تعتبر العدد المتوسط للمطالب التى تؤدى لها الخدمة فى وحدة الزمن بواسطة عنصر خدمة واحد.

ملحوظة :

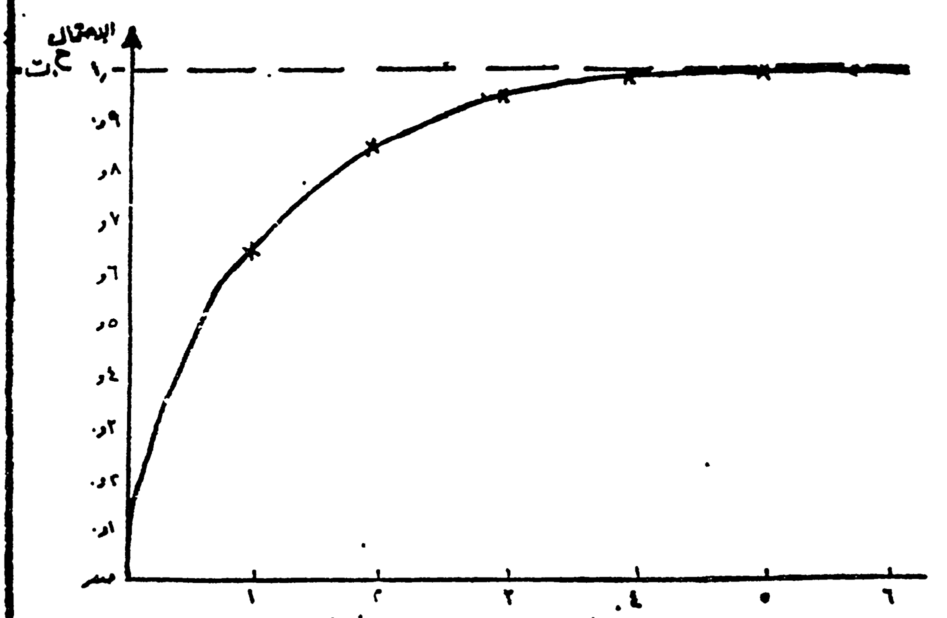
لتسهيل حساب قيمة $هـ^{-بت}$ يمكن استخدام الجدول الخاص بقيمة $هـ^{-س}$ أى e^{-x} الوارد فى آخر الكتاب.

وعلى سبيل المثال إذا كان الزمن المتوسط لتأدية الخدمة بواسطة جهاز (عنصر) واحد يساوى دقيقة واحدة فمن الممكن إيجاد احتمال انهاء الخدمة خلال أزمنة مختلفة كما فى الجدول التالى :

الفاصل الزمنى ١ دقيقة	صفر	١	٢	٣	٤	٥	٦
احتمال إنهاء الخدمة خلال الزمن ت = t أى F(t)	صفر	٠٫٦٣٢١	٠٫٨٦٤٧	٠٫٩٥٠٢	٠٫٩٨١٧	٠٫٩٩٣٣	٠٫٩٩٧٥

ولقد رسم هذا التوزيع بيانياً فظهر كما هو موضح فى شكل (٣٠) .

إن إنهاء الخدمة خلال ٤ دقائق أو أكثر يعتبر ناتجاً أو حدثاً مؤكداً (لأن احتمال ظهوره أو حدوثه قريب من الواحد الصحيح) ، ولكن نظراً لاحتمال عدم انتهاء الخدمة خلال دقيقة فمن الضرورى اعتبار أن الناتج المؤكد قد يظهر فى تلك الحالات (فى واقع الأمر يتضح من الجدول أن احتمال



شكل ٢٠ - قانون توزيع زمن الخدمة

الانتهاء من الخدمة خلال دقيقة واحدة يساوى ٦٣٢١ر٠ أى حوالى ٦٣٪، وبالتالى فإن احتمال الانتهاء من الخدمة فى مدة أطول من دقيقة واحدة يساوى ٣٧٪) .

وعموما يمكن ، إلى درجة معقولة من الصحة ، اعتبار أن خدمة حقيقة ما تخضع لقانون ما ، إذا كان احتمال الانتهاء من أداء الخدمة بعد البدء فيها بوقت قصير احتمالا كبيراً ، وأن استمرارها لفترة طويلة أقل احتمالا .

تطبيق نظرية خط الانتظار على بعض الأعمال الحربية

إذا كان تيار المطالب الواردة (الداخلة) ومدة الخدمة لا يتوقفان علينا فإن التنظيم الوظائفى للخدمة ، وخاصة فيما يتصل باختيار عدد الأجهزة أو العناصر التى تقوم بالخدمة ، يكون من اختصاصنا أى فى مقدورنا . وهنا نتساءل : ماذا يعنى التنظيم الوظائفى الجيد للخدمة ؟ وللإجابة على هذا السؤال نقول : للوصول إلى عدم حدوث دور طويل للمطالب حتى لاتبقى طلبات لم تؤدها الخدمة . وحتى لاتبقى عناصر خدمة دون عمل (أى عاطلة) . يجب — قبل كل شىء — أن نخصص العدد المناسب من الأجهزة (العناصر) القائمة بالخدمة (كأن نختار حجم القوات التى تحتل الدفاع) ،وأن نصل إلى أنسب تجميع لهذه العناصر (الأجهزة) ، وأنسب توزيع المطالب عليها (أى الوصول إلى أنسب توزيع للأهداف على وسائل الدفاع) .

إن أهمية نظرية خط الانتظار تكمن فى أنها تعطينا طريقة تقويم كمية لكفاية الخدمة ، معبراً عنها بالقيم التى يقوم بها تيار المطالب الواردة وزمن تأدية الخدمة .

ولقد لقيت نظرية خط الانتظار مكانا لها فى ميدان العمل الحربى ، وذلك عند حل المسائل التالية :

— المسائل المرتبطة بتنظيم نظم الخدمة الحربية المختلفة بغرض الوصول إلى أنسب نظام لكل موقف أو حالة . ومن أهم هذه المسائل تقويم كفاءة النظم الدفاعية ، ونظم الإصلاح ، والإمداد ، والخدمات الطبية .

— المسائل المرتبطة بتنظيم السيطرة على القوات فى المعركة . ومن أهم

هذه الموضوعات تقويم كفاءة نظم إرسال واستقبال المعلومات عن الموقف وخاصة فى حالة ميكنة نظم السيطرة .

— المسائل المرتبطة بوضع نماذج للأعمال القتالية .

فعلى سبيل المثال: عند تنظيم الدفاع الجوى (أو الدفاع ضد الصواريخ) يمكن النظر إلى أسلوب الضرب على قاذفات القنابل (الصواريخ) على أنه خدمة شاملة ، فى حين تعتبر المعلومات التى تظهر على شاشة الرادارات (بيانات الأهداف) طلبات واردة . وفى هذه الحالة باستخدام طرق نظرية خط الانتظار يمكن على سبيل المثال حساب مقياس أو معيار الفاعلية على شكل النسبة التى لا تصاب من قاذفات القنابل (الصواريخ) فى حالة استخدام هذا النظام من الدفاع الجوى ، الأمر الذى يعتبر عنصراً ملموساً فى تقويم الإمكانيات القتالية لهذا الدفاع . هذا بالإضافة إلى أن نظرية خط الانتظار تساعدنا فى حساب عدد الوسائل المضادة للطائرات التى يمكن بواسطتها (إذا كانت ذات كفاءة محددة) تحقيق الحماية اللازمة لأجوائنا (لسمائنا) أو لهدف معين، بشرط عدم وجود أى عناصر عاطلة (أى فائض من وسائل الدفاع الجوى يزيد عن حاجة الدفاع) .

مثال لنظام خط انتظار ذى خسائر

سنورد فيما يلى مثالا موضحاً بالأرقام حتى يمكننا فهم هذه النظرية . لنفرض أننا نريد وضع نظام دفاعى فى اتجاه ما لا يزيد احتمال اختراقه عن ٠٫٠٢ ، أى لا يمكن لأكثر من هدفين من بين مئة هدف اختراق هذا الدفاع. هذا ويلزم تحديد عدد العناصر التى يجب أن يتكون منها هذا الدفاع .

من الواضح الجلى أن أى نظام دفاعى يمكن اعتباره نظام خط انتظار وخسائر ، لأن الأهداف التى لا تصاب ستخرج خارج منطقة تأثير وسائل الدفاع دون أن يصيبها شىء أى دون أن تؤدى لها الخدمة ، وعلى ذلك فإن احتمال اختراق النظام يكافىء احتمال الفشل فى تأدية الخدمة ، وعليه يمكن الحكم على كفاءة الدفاع بواسطة احتمال الفشل فى تأدية الخدمة وكثافة العبء (الحمل) الذى تتحمله وسائل الدفاع أثناء صد هذه الأهداف ، ولتوضيح ذلك سنقوم بحساب هذه القيم :

لنفرض أن تيار الأهداف المعادية فى هذا الاتجاه يعتبر تياراً بسيطاً ، وأن كثافته تساوى $\lambda = ٤$ (أى أن العدد المتوسط للأهداف التى تظهر فى حدود منطقة النظام الدفاعى فى وحدة الزمن يساوى أربعة) ، وأن الزمن المتوسط لضرب هدف واحد بواسطة وسيلة دفاعية واحدة $\frac{١}{ب} = ١$ (يمكن للوسيلة الواحدة أن تضرب هدفاً واحداً فى الدقيقة) ، ولنفرض — كذلك — أن احتمال إصابة الهدف المعادى عندما نطلق عليه قذيفة (قصفة) واحدة يساوى الواحد الصحيح .

وعليه فإن احتمال اختراق أى نظام دفاعى يساوى احتمال انشغال جميع وسائل الدفاع فى الضرب على أهداف أخرى .

وعلى ذلك يمكن إيجاد عدد وسائل الدفاع المطلوبة بواسطة المتراجحة

التى تتطلب أن يكون احتمال انشغال جميع وسائل الدفاع أقل من ٠,٠٢ .

وبالنسبة لنظم خط انتظار ذات الخسائر يمكن إيجاد احتمال الانشغال لجميع الوسائل بواسطة معادلة إيرلنج :

$$ح_{مشغ} = \frac{\left(\frac{\lambda}{ب}\right)^{ر} \times \frac{1}{ر!}}{\sum\limits_{م = صفر}^{ر} \left(\frac{\lambda}{ب}\right)^{م} \frac{1}{م!}}$$

حيث :

$ح_{مشغ}$ = احتمال انشغال جميع الوسائل .

λ = كثافة تيار الأهداف .

$\frac{1}{ب}$ = الزمن المتوسط للضرب بواسطة وسيلة واحدة على هدف واحد .

$ر$ = عدد الوسائل الدفاعية .

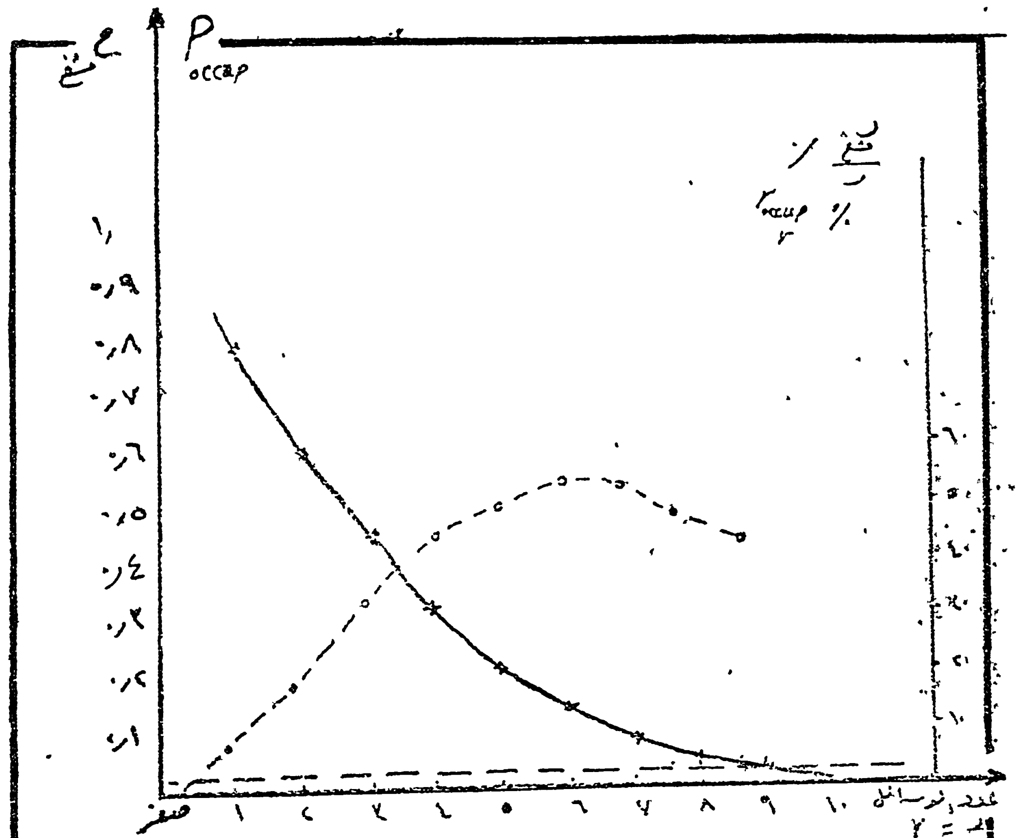
$م$ = بارامتر (Parameter) متغير يتخذ القيم فى الحدود من صفر إلى $ر$

ولما كنا نريد الحصول على احتمال لانشغال جميع الوسائل لا يزيد عن ٠,٠٢ أى أن :

$$ح_{مشغ} > ٠,٠٢$$

فمن الضرورى الحصول على عدد $ر$ = م من الوسائل عند التعويض به فى المعادلة السابقة لنحصل على نتيجة أقل من (٠,٠٢) ، وللحصول على قيمة $ر$ سنقوم برسم جراف المحور الأفقى له موضحا عدد الوسائل ، والمحور الأفقى يوضح احتمال اختراق النظام الدفاعى (وهو يساوى احتمال انشغال جميع

الوسائل فى الاشتباك مع أهداف أخرى $ح_{مشغ}$) المحسوب تبعاً لهذا العدد من الوسائل (شكل ٣١)



شكل ٣١ - احتمال انشغال جميع الوسائل والنسبة المئوية لعدد الوسائل المشغولة

وجراف $ح_{مشغ}$ يوضح لنـا ، حقيقة حصلنا عليها ، تتلخص فى أنه كلما زاد عدد الوسائل الموجودة فى النظام الدفاعى قـــل احتمال اختراقه ، ويكون هذا النقصان حادا فى بداية الأمر ثم تأخذ حدته فى الانخفاض شيئاً فشيئاً :

فإذا كان تيار الأهداف له كثافة تساوى أربعة أهداف فى الدقيقة فإننا نخصص وسيلتين من وسائل الدفاع كلا منهما قادرة (فى المتوسط) على صد هدف واحد فى الدقيقة ، وعليه فإن احتمال انشغال كلتا الوسيلتين يساوى حوالى ٦٠ ٪ ، وهذا يعنى أن حوالى ٦٠ ٪ من الأهداف لا يتعرض لأى جزاء .

وإذا أضفنا وسيلة ثالثة (أى أن ر=٣) فإننا نقلل احتمال الإختراق إلى ٤٣٪ أى أنه ينقص حوالى ١٧٪

وإذا كان عدد الوسائل ست وسائل فإن احتمال الاختراق يصبح ١٢٪، وبإضافة وسيلة سابعة (ر=٧) يقل هذا الاحتمال إلى ٦٪ (أى أنه ينقص بمقدار ٦٪) .

ومن الطبيعى أن احتمال الاختراق ينخفض بشكل ملحوظ إذا ماتغيرت كثافة الهجوم الجوى . فعلى سبيل المثال: إذا زادت هذه الكثافة إلى ضعف ماذكرنا (أى ثمانية أهداف فى الدقيقة بدلا من أربعة) فإن احتمال اختراق نظام الدفاع المكون من وسيلتين فقط يرتفع إلى ٧٨٪ (فى مقابل ٦٠٪) ، ويرتفع هذا الاحتمال بالنسبة لدفاع مكون من ست وسائل إلى ٣٩٪ فى مقابل ١١٪

وهذا يؤيد القول بأن كفاية النظام الدفاعى لا يمكن تقويمها دون مراعاة طبيعة اختراقات العدو التى يحاول القيام بها ، فإذا كان نظام الدفاع كفؤا فى مواجهة طريقة ما لأعمال العدو ، فقد لا يكون كذلك إذا ما اتبع أسلوب آخر، ولذلك يجب أن يبنى النظام الدفاعى الذى نعتبره ناجحاً (يعتمد عليه) على الطريقة المثلى التى يمكن أن يلجأ إليها العدو والتى تعتبر أسوأ الحالات بالنسبة لنا .

وإذا مارجعنا إلى المثال السابق وجدنا من الرسم البيانى أنه لتحقيق احتمال اختراق أقل من ٠٫٠٢ يلزمنا ما لا يقل عن ٩ وسائل دفاعية .

ومما سبق يمكن الوصول إلى النتيجة البسيطة التالية :

إذا حدث — على سبيل المثال — أن كانت أهداف العدو تظهر بواقع أربعة أهداف فى الدقيقة ، ويلزم للوسيلة للاشتباك مع هدف واحد دقيقة واحدة ، فقد يبدو لنا أن أربع وسائل تعتبر كافية كى لا يخترق أى هدف

هذا النظام الدفاعي ، وعليه فكيف إذا حددت نظرية الخدمة الشاملة تسع وسائل دفاعية كي لا نسمح باختراق أكثر من هدفين من بين كل مئة هدف ؟

والسبب في ذلك أن الكثافة λ = ٤ تعني أن أربع طائرات في المتوسط ترد في الدقيقة الواحدة ، فإذا حدث أن حضرت خمس طائرات في الدقيقة الأولى تليها ثلاثة أهداف في الدقيقة الثانية ، فستة أهداف في الدقيقة الثالثة ، فهدفان في الدقيقة الرابعة ، أي أن إجمالي الأهداف التي ظهرت خلال أربع دقائق هي ١٦ هدفاً ، فإن المتوسط سيكون $\frac{١٦}{٤}$ = ٤ أهداف في الدقيقة .

وعليه فإذا كان المتيسر أربع وسائل دفاعية فقط في الدقيقة الأولى فسيفلت هدف واحد ، وفي الدقيقة الثالثة هدفان ، أي من مجموع ١٦ هدفا فسيفلت ثلاثة أهداف ، ومعنى ذلك أن احتمال الاختراق — بسبب ذلك — خلال أربع دقائق سيكون مرتفعاً جدا (حوالي ١٩٪) ، والمطلوب أن يكون هذا الاحتمال أقل من ٢٪

هذا ولا يجوز أن نهمل أمرا مهماً وهو أن زمن الاشتباك مع الهدف الواحد هو زمن متوسط أيضاً يساوي دقيقة ، ومن الناحية العملية قد يزيد زمن الاشتباك أو يقل عن دقيقة واحدة .

وعليه فللتعويض عن جميع هذه الذبذبة في كثافة التيار وفي زمن الخدمة ولكي لا يزيد احتمال الاختراق عن ٢٪ يجب توفير ٩ وسائل لا أربع ، في حالة توفر أربع وسائل فقط سيفلت في المتوسط ٣٠٪ من الأهداف (كما هو واضح من الرسم البياني) .

وفي مثالنا هذا نرى النظرة السطحية للموضوع الذي يخضع لقانون مصادفة تؤدي إلى حدوث خطأ جسيم .

إن الحسابات (التي لم نجرها هنا) تثبت أن العدد المتوسط للوسائل المشغولة

فى كل لحظة عند صد الهجوم سيكون أربعة (من تسعة) ، وهذا يعنى أن كل وسيلة دفاعية ستشترك لمدة $\frac{٤}{٩}$ × ١٠٠ = ٤٤,٥٪ من وقت الهجوم . أما إذا كان كل ما لدينا أربع وسائل فقط فإن العدد المتوسط للوسائل المشغولة يساوى ١,٧٤ وسيلة ، وعليه فكل وسيلة ستشترك لمدة $\frac{١,٧٤}{٤}$ × ١٠٠ = ٤٣,٥٪ من وقت الهجوم الجوى ، وعلى ذلك فى حالة توفر ٩ وسائل تزداد القدرة على حماية أجوائنا وتنخفض العمالة الكاملة (التشغيل الكامل) للوسائل الدفاعية .

فى شكل ٣١ يوضح لنا المنحنى المتقطع التشغيل الكامل للوسائل فى كل حالة من الحالات (أى بالنسبة للأعداد المختلفة من الوسائل) ، وذلك فى ظروف المثال الذى درسناه (وفى هذه الحالة نقصد بالتشغيل الكامل النسبة بين العدد المتوسط للوسائل المشغولة والعدد الكلى لها ، كنسبة مئوية) ، ومن الرسم البيانى نرى أن التشغيل الكامل يتحقق عندما تكون ں = ٦ وسائل (٥٢,٦٪ من الوقت) ، ولكن تحت هذه الظروف يصبح احتمال انشغال جميع الوسائل فى وقت واحد $ح_{مشغ}$ = ٠,١٢ (أى يمكن لعدد ١٢ هدفا من بين كل ١٠٠ هدف اختراق النظام الدفاعى دون جزاء) ، ومن الواضح أن المعيار الرئيسى هنا هو الاستيثاق من كفاءة الدفاع الجوى (حماية أجواء الدولة) ، وعليه فقد يكون معيار (أو مقياس) التشغيل معياراً مساعداً .

مثال لنظام خط انتظار بالدور
(ذو تأخير)

لنفرض أن المهمة التى تلقاها مركز قيادة ما تتلخص فى تخصيص وسائل منوبة من نوع معين لتدمير أى هدف يقوم باكتشافه الاستطلاع الجوى. وهنا نتساءل: « ما هو عدد الوسائل المنوبة اللازم؟

من وجهة نظـــر نظرية خط الانتظار يمكن اعتبار كل وسيلة منوبة بمثابة جهاز خدمة ، وجميع الوسائل المتيسرة لدى مركز القيادة بمثابة نظام الخدمة (أى التنظيم المتيسر) .

وفى هـذه الحالة تعتبر المعلومات الخاصة باكتشاف أهداف جديدة (ستقوم الوسائل المنوبة بتدميرها) بمثابة طلبات الخدمة (للتبسيط سنعتبر أنه لتدمير الهدف الواحد يلزم وسيلة منوبه واحدة) . وتعتبر الخدمة المطلوبة هى ضرب الهدف .

وعليه ففى مثالنا هذا ماذا يمكن قوله عن عدد الطلبات الواردة خلال وحدة الزمن ؟

من الواضح أن قيمة هذا العدد لن تكون ثابتة . وعليه ففى بعض الأوقات ستكون أوامر الضرب كثيرة ، وفى أوقات أخرى تصبح نادرة ، أو قد لا تظهر أى أهداف لضربها .

ولـكن من الخبرة التى اكتسبتها قواتنا فى معاركها السابقة يمكن استنتاج ما يلى على سبيل المثال :

فى مثل هذه الأحوال الجوية السائدة ، وفى هذا الوقت من النهار ، وباستخدام هذا العدد من طائرات الاستطلاع من نوع معين ، نتوقع فى

فى المتوسط اكتشاف عدد محدد من الأهداف فى الساعة . ولنفرض أن التوقع الرياضى لعدد الأوامر فى الساعة يساوى $\lambda = ٨$.

والآن ماذا بخصوص زمن الخدمة للطلب الواحد بجهاز واحد ؟

من الواضح الجلى أن هذا الزمن لن يكون ثابتاً . فالزمن الذى تستغرقه وسيلة منوبة واحدة فى ضرب هدف واحد يتكون من :

زمن تمرير الإحداثيات ، وزمن اتخاذ القرار ، وزمن إصدار الأوامر ، وزمن تجهيز بيانات الضرب ، وزمن توجيه الضربة للهدف . كل هذه الأزمنة تتغير من حالة إلى أخرى .

ولكن من خبرة الأعمال القتالية السابقة يمكن تقدير زمن متوسط تستغرقه الوسيلة الواحدة فى الاشتباك مع الهدف الواحد . ولنفرض أن التوقيع الرياضى لزمن التعامل (الاشتباك مع هدف واحد بواسطة وسيلة واحدة يساوى $\frac{١}{ب} = \frac{١}{٢}$ ساعة (ومنها ب = ٢ أى أنه فى خلال ساعة واحدة يمكن لوسيلة منوبة واحدة ضرب هدفين فى المتوسط) .

وعليه تصبح مهمة إيجاد عدد (كمية) الوسائل المنوبة اللازمة مهمة تتطلب استخدام طرق نظرية الخدمة الشاملة لحلها . وللتفرقة بين المثال الذى نتعرض له الآن وبين المثال السابق ، حيث تعرضنا لما أسميناه « النظام ذا الخسائر » (الطلبات لم تنتظر دورها لتبدأ خدمتها) ، نتعرض هنا لما يسمى « نظام الدور أو الانتظار أو التأخير » (بمعنى أن كل طلب سينتظر دوره أو سينتظر بدء الخدمة ، وبالتالى سيصبح لدينا رصيد من الطلبات مرتب فى دور انتظار لخدمته . ولكننا سنضع حدوداً لهذا الانتظار (بمعنى أن الطلب لن ينتظر أكثر من مدة معينة بعدها ستتغير ظروفه كأن

تتغير إحداثيات الهدف وبالتالى يلزم إعادة استطلاعه ثم إدخاله فى الدور من جديد) .

وعلينا الآن أن نجرب إيجاد عدد الوسائل المنوبة بطريقة الاستنتاج البسيط . ففى مثالنا هذا إذا كانت كل وسيلة قادرة على أن تضرب هدفين فى الساعة ، ووصل إلينا خلال ساعة معلومات عن ٨ أهداف ، فمن الواضح أننا نحتاج إلى أربع وسائل منوبة (ر = $\frac{٨}{٢}$ = ٤) ، حتى إذا ما اكتشفت أهداف جديدة فى الساعة التالية يمكن ضربها . ولكن — كما سبق أن ذكرنا فى المثال السابق — لا يجوز أن ننسى أن هذا العدد (٨) يمثل متوسط ما قد يكتشف فى الساعة . ففى بعض الحالات قد يكتشف عدد أكبر من ذلك ، وعليه تصبح الوسائل المنوبة غير كافية ، وفى حالات أكبر يكتشف عدد أقل من الأهداف ، ويصبح عدد الوسائل المنوبة أكثر من اللازم .

وعليه فإذا ما قلنا إن تيار الطلبات — فى حالتنا هذه — يخضع لقانون بواسون فمن الممكن اكتشاف أن احتمال ورود عدد λ = ٨ طلبات فى الساعة ليس احتمالا كبيراً ، إذ يساوى :

$$\text{ح}_{\text{ك}}(\text{ت}) = \frac{(\lambda\,\text{ت})^{\text{ك}}}{\text{ك}\,!}\ \text{هـ}^{-\lambda\,\text{ت}}$$

أى أن :

$$\text{ح}_{٨}(١) = \frac{(٨ \times ١)^{٨}}{٨\,!} \times \text{هـ}^{-٨ \times ١}$$

$$= \frac{٨^{٨}}{٨\,!} \times \text{هـ}^{-٨} = ١٤\text{ر}٠$$

أى أن عدد ٨ طلبات (بالضبط) سيحدث فى ١٤ ٪ من الحالات .

وإذا كانت أوقات النهار فى اليوم الواحد حوالى ١٥ ساعة (كمثال) فسترد

٨ طلبات فى ساعتين فقط من هذه الساعات ، أما خلال الساعات الـ ١٣ الباقية فسترد طلبات أقل .

هذا ولا يجوز أن ننسى أن الوسيلة المنوبة الواحدة يمكنها ضرب هدف واحد خلال نصف ساعة ، وأن هذا الزمن زمن متوسط كذلك ، ففى بعض الحالات قـــد يزيد عن نصف ساعة وفى حالات أخرى قد يقل عن ذلك .

وعليه فباعتبار أن زمن الخدمة يخضع لقانون محدد سنجد أن احتمال الانتهاء من ضرب الهدف خلال نصف الساعة ليس احتمالا كبيراً ، إذ يساوى :

$$\text{ف}_{(\text{ت})} = ١ - \text{هـ}^{-\text{ت}}$$

ومنهـــا :

$$= ١ - \quad = ١ - \quad =$$

$$\text{ف}_{\frac{1}{2}} = ١ - \text{هـ}^{-٢ \times \frac{1}{2}} = ١ - \text{هـ}^{-١} = ٠٫٦٣$$

أى انه فى ٣٧ ٪ من الحالات يستغرق الاشتباك مع هدف واحد نصف ساعة . ولذلك فالحكم البسيط قد يؤدى إلى أخطاء جسيمة ، كما حدث فى المثال الأول .

وبالنسبة لنظام خط الانتظار بالدور (ذات التأخير) يمكن مسبقاً القول بأنه إذا كان عدد أجهزة الخدمة ر أقل من $\frac{\lambda}{\text{ب}}$ أو تساويها

أى $\text{ر} \geq \frac{\lambda}{\text{ب}}$

فإن دور المطالب التي لم ترد لها الخدمة بعد (وبالتالى مدة الانتظار) سينمو بغير حدود (أى أن مدة الانتظار ستطول بغير حدود) .

لذلك تعتبر الخطوة الأولى فى دراسة هذه النظم هى إيجاد العلاقة $\frac{\lambda}{ب}$

وفى مثالنا $\frac{\lambda}{ب} = \frac{٨}{٢} = ٤$

ومنها نستنتج ما يلى :

لكى يمكن أداء الخدمة يجب أن يكون عدد الوسائل المنوبة أكبر من ٤ .

وهنا نتساءل إلى أى حد يكون العدد أكبر من ٤ ؟

والرد على ذلك هو :

يتوقف ذلك على وقت (مدة) انتظار الخدمة والتشغيل الكامل لوسائل الخدمة . ففى بعض الحالات قد يتطلب الأمر الاشتباك مع أى هدف جديد يظهر خلال فترة لاتتعدى ٣٠ دقيقة ، وفى حالات أخرى قد يمكن الانتظار ما بين ساعتين وثلاث ساعات ، أو الانتظار أياما ... الخ . كل هذا يتوقف على طبيعة الهدف والموقف .

لنعد الآن إلى حل مثالنا بالبحث عن كمية الوسائل المنوبة . ولنفرض أن عددها يساوى خمسة ($ر = ٥$) . ثم نتتبع خواص نظام الخدمة بالدور المستخدم (لنتذكر مرة أخرى أن المعادلة التى سترد فيما بعد تعتبر صحيحة إذا كانت $ر > \frac{\lambda}{ب}$ ، وفى مثالنا هنا يمكن استخدامها إذا كانت $ر > ٤$) .

وقبل كل شىء يجب الحصول على $ح_٠$ وهو احتمال أن جميع الوسائل حرة عند وصول الطلب .

وبالرموز العربية المقترحة :

$$ح_{٠} = \frac{١}{\sum\limits_{م=٠}^{ر-١} \frac{١}{م!}\left(\frac{\lambda}{ب}\right)^{م} + \frac{ب}{(ر-١)! \times (رب - \lambda)}\left(\frac{\lambda}{ب}\right)^{ر}}$$

حيث :

م = العنصر المتغير الذى يتخذ قيما صحيحة فى الحدود من صفر إلى (ر — ١) ، أما باقى العناصر فمعروفة لنا من الفصول السابقة .

وفى مثالنا الحالى ر = ٥ ، λ = ٨ ، ب = ٢

ولذلك فإن :

$$ح = \frac{١}{\sum\limits_{م=صفر}^{٤} \frac{١}{م!} \times ٤^{م} + \frac{٢ \times ٤^{٥}}{٤! \times ٢}} = ٠,٠١٣ = ١,٣٪$$

وبعد ذلك نقوم بحساب $ح_{ر}$ وهو احتمال أن جميع وسائل الخدمة مشغولة عند وصول الطلب :

وبالرموز العربية المقترحة :

$$ح_{ر} = \frac{ب\left(\frac{\lambda}{ب}\right)^{ر}}{(ر-١)! \times (رب - \lambda)} \times ح_{٠}$$

ومنها :

$$ح_{ر} = \frac{٢ \times ٤^{٥}}{٤! \times (٥ \times ٢ - ٨)} \times ٠,٠١٣ = \frac{٢ \times ١٠٢٤}{٤ \times ٣ \times ٢ \times ١ \times ٢}$$

$$\times \frac{١٣}{١٠٠٠} = \frac{١,٦٦٤}{٣} = ٠,٥٥ = ٥٥٪$$

والآن لنحسب $ح_{ر>ت}$ أى احتمال أن الهدف الذى عليه الدور وبعد اكتشافه سينتظر مدة أكبر من ت ساعة إلى أن تبدأ الخدمة :

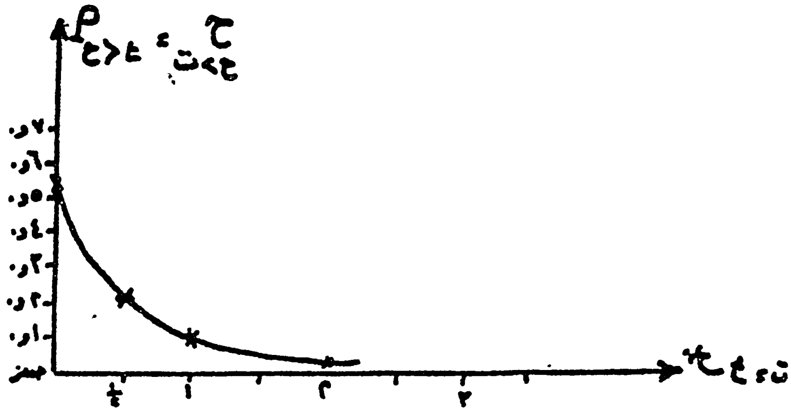
وبالرموز العربية المقترحة :

$$ح_{ا > ت} = ح_د \times هـ^{(ر ب - \gamma) ت}$$

وإذا فرضنا قيما للزمن ت = t يساوى على سبيل المثال : صفر ، ½ ، ١ ، ٢ ساعة ، ثم بواسطة المعادلة السابقة نقوم بإيجاد قانون توزيع مدة الانتظار ، فنجد مايلى :

ت ساعة	صفر	½	١	٢
$ح_{ا>ت}$	٠,٥٥	٠,٢	٠,٠٧٥	٠,٠١

وإذا ماعبرنا عن هذا القانون بيانياً فإنه يبدو كما فى شكل ٣٢ التالى :



شكل ٣٢ - قانون توزيع زمن الانتظار

وعليه فإن احتمال أن أى هدف تال يكتشف سيتم الاشتباك معه خلال نصف ساعة يساوى ٢ر. (أى ينتظر أن يحدث ذلك مع كل هدف خامس فى الترتيب) .

وفى هذه الحالة ستكون مدة الانتظار المتوسطة :

$$ت = \frac{ح_ر}{ر ب - \lambda}$$

ومنها :

$$ت = \frac{٠,٥٥}{٥ \times ٢ - ٨} = \frac{٠,٥٥}{٢} = ٠,٢٧٥ \text{ ساعة}$$

$$= ١٦,٥ \text{ دقيقة}$$

ملحوظة :

يمكن حساب احتمال أن تطول مدة الانتظار عن هذه المدة المتوسطة كما يلى :

$$ح_{ا > ٠,٢٧٥} = ٠,٥٥ \times هـ^{-٢ \times ٠,٢٧٥} = ٠,٣٢ = ٣٢٪$$

وفى النهاية يصبح العدد المتوسط للوسائل المنوبة غير المشغولة (أى غير المشتبكة) كما يلى :

$$ك = \sum_{م=٠}^{ر-١} \frac{ر - م}{م!} \left(\frac{\lambda}{ب} \right)^م ح$$

ومنها :

$$ك = \sum_{م=٠}^{٤} \frac{٥ - م}{م!} \times ٢٤ \times ٠,٠١٣ = ١$$

وعليه فى المتوسط ستظل وحدة منوبة (عنصر منوب) واحدة غير مشغولة ، فى حين يوجد لدينا ٤ وحدات مشغولة ، فالعمالة الكاملة لكل وسيلة تساوى :

$$= \frac{٤}{٥} \times ١٠٠ = ٨٠ \%$$

فإذا كان وقت النهار فى اليوم يساوى ١٥ ساعة فإن كل وسيلة ستكون

مشغولة لمدة $\frac{١٥ \times ٨٠}{١٠٠}$ = ١٢ ساعة من هذا الوقت .

وعليه فهذه الحسابات توضح لنا أنه فى حالة تخصيص خمس وحدات منوبة سنحقق :

— لن تحدث مدة انتظار طويلة للدور بالنسبة لأى هدف جديد يكتشف (فى المتوسط ١٦٫٥ دقيقة) .

— عمالة مرتفعة بالنسبة لجميع وسائل الخدمة المنوبة (٨٠ ٪)

* * *

وأخيراً يمكن القول بأنه فى كثير من مهام خط الانتظار نقابل تيار واردات بسيطا ، ولكن زمن الخدمة يخضع لقانون محدد .

ولكن فى حالات أخرى قد يكون تيار المطالب بعيداً كل البعد عن مفهوم البساطة ، وهنا قد نلجأ إلى قانون توزيع زمن الخدمة ، بغض النظر عن أن نظام الخدمة نفسه قد يتميز بالتعقد .

وحتى وقتنا الحالى لم تعالج بعد طرق رياضية يمكن بواسطتها معالجة جميع الحالات ، ولكن يمكن اللجوء إلى طريقة التجسيم أو عمل الأنموذج modelling مع استخدام الآلات الحاسبة الألكترونية .

الباب السادس

عناصر وضع الأنماط أو النماذج الرياضية
واستخداماتها فى الأعمال الحربية

Elements of mathematical modelling
and their application in millitary work

إن التجسيم أو وضع الأنماط (أو النماذج) عبارة عن طريقة رياضية تجريبية لدراسة الظواهر المختلفة عن طريق استخدام نماذج خاصة تعكس المعالم الرئيسية للظاهرة أو الشيء موضوع البحث والدراسة .

ويوجد نوعان من التجسيم أو عمل النماذج :

١ — وضع نماذج طبيعية أو فيزيقية (physical)

٢ — وضع نماذج رياضية (mathematical)

ويتم وضع النماذج الطبيعية بنسخ العملية موضوع الدراسة على شكل نماذج ، على أساس أن تتشابه العمليات الطبيعية التى تحدث فى هذه النماذج كما يحدث فى الطبيعة . وتتوقف عوامل التشابه فى هذه العمليات على طبيعة الظواهر ، ويختص بدراستها — فى الوقت الحاضر — فرع خاص من العلوم يطلق عليه اسم نظرية التشابه أو التماثل (theory of similarity) .

ويعتبر وضع النماذج ذا أهمية خاصة فى بعض العلوم ، مثل ميكانيكا الموائع ، وديناميكا الموائع ، والكهرباء . . . الخ . كما أنها استخدمت على نطاق واسع فى العمل الحربى ، وذلك فى المسائل المرتبطة باختراع أنواع وأطرزة جديدة من المعدات الحربية . أما فيما يختص باستخدام النماذج

الطبيعية فى تحليل الأعمال القتالية للقوات فالأمر تكتنفه صعوبات كثيرة .

ولقد نتجت هذه الصعوبات من التعقد الذى تتصف به الكثير من الظواهر ، مثل الأعمال القتالية ، ووضع نماذج طبيعية يمكن أن تتصف بالخواص التى تتميز بها الأعمال القتالية الحقيقية .

ولقد أمكن ، خلال المباريات الحربية والمشروعات التدريبية التى يحاول منظموها خلق مواقف أقرب ما تكون من العمليات الفعلية ، الحصول على نتائج هامة فيما يختص بتنظيم الأعمال القتالية للقوات.

ويعتبر وضع الأنماط (النماذج) الرياضية طريقة لدراسة العمليات بدراسة الظواهر المماثلة ، التى تشتمل على واقع آخر ، ولكنها تخضع لنفس العلاقات الرياضية

فلقد أوضح لنا العلم الحديث التشابه أو العلاقة بين الكثير من الظواهر الطبيعية المختلفة (كهربائية ، ميكانيكية . إيدروديناميكية . . . الخ) .

وإن استخدام هذا التشابه أو ذاك التماثل الطبيعى فى وضع الأنماط الرياضية يرتبط بإمكانية إجراء التجارب بسهولة ودقة قياس النتائج المتحصل عليها . فعلى سبيل المثال كثيراً ما تؤدى دراسة العمليات الميكانيكية إلى إجراء التجارب على النماذج الكهربائية ، وذلك للسبب الذى يجعلنا نقول إن قانونى كولون ونيوتن متشابهان . وتعتبر التشاكلية (أو خاصية التشابه البلورى isomorphism)القاعدة أو الأساس الفلسفى لوضع الأنماط (النماذج) الرياضية . فالتشاكلية تعنى التشابه فى الشكل مع اختلاف فى الخواص .

وفى الرياضة كثيراً ما تؤدى دراسة أى نظام تشابه isomorphous system إلى دراسة نظام آخر . ولذلك ظهرت إمكانية الاستعانة بنظام آخر فى وضع أنماط النظام موضع الدراسة .

وتوضح لنا التشاكلية (أو خاصية التشابه) مظاهر الوحدة والارتباط ، والتأثير المتبادل ،والتبادلية interchangeability التى تتميز بها الظواهر المختلفة فى هذا العالم المادى ، والتشابه بين صورها ، والقوانين القياسية لها . ولذلك يمكن استبدال دراسة العمليات المختلفة التى تقع داخل حدود وتحت ظروف جامدة بدراسة عملية أخرى مشابهة لها من حيث الشكل والتركيب ولكنها أسهل فى دراستها وتحليلها .

لقد دخلت نظرية الأنماط الرياضية ميدان العمل الحربى وأصبحت تستخدم فيه على نطاق واسع ونظراً لأن الأعمال القتالية تصور لنا عملا ذا طرفين أو جانبين فإن وضع أنماط رياضية لها (أى للأعمال ذات الجانبين) يعتبر عملا نظريا بحتاً ولكن وضع نموذج عام للأعمال القتالية يعتبر معقداً لدرجة أن تحقيق أو وضعه موضع التنفيذ يعتبر أمراً مستحيلا مع ما وصلت إليه الطرق الرياضية الحديثة من تطور ، ومع ما حققته الآلات الحاسبة الألكترونية من تقدم لذلك يستحسن تقسيم النموذج العام إلى نماذج رياضية فرعية مستقلة تختص بدائرة أضيق من المسائل المتصلة بالأعمال القتالية . ويعتبر هذا التقسيم شيئاً هاماً لا لإجراء الحسابات التكتيكية التعبوية فقط بل ليتفق مع إمكانيات الآلات الحاسبة الألكترونية أيضا ، ويمكن إجراء تقسيم النموذج العام إلى نماذج فرعية (للأعمال القتالية) بالطرق التالية :

١ — حسب أفرع القوات المسلحة وأسلحتها المقاتلة .

٢ — حسب المهام التعبوية الاستراتيجية الرئيسية التى ستقوم بتنفيذها أفرع القوات المسلحة وأسلحتها المقاتلة .

وفى حالة استخدام الطريقة الأولى يمكن خلق نماذج رياضية مستقلة خاصة بالأعمال القتالية للقوات الصاروخية ، وقوات الدفاع الجوى ، والقوات البرية ، والقوات الجوية ، والقوات البحرية .

ويجب تقسيم النماذج الخاصة بكل فرع إلى نماذج خاصة أو فرعية خاصة بكل سلاح مقاتل والمهام التكتيكية التعبوية التى يقوم بتنفيذها .

فعلى سبيل المثال يمكن تقسيم النموذج الرياضى للأعمال القتالية لقوات الدفاع الجوى إلى نماذج خاصة بالاستخدام القتالى للصواريخ الموجهة المضادة للطائرات ، والطائرات الاعتراضية ، ووحدات الرادار ... الخ .

وفى حالة استخدام الطريقة الثانية للتقسيم - أى حسب المهام التكتيكية التعبوية الرئيسية - من الممكن خلق نماذج مستقلة ترتبط بتخطيط استخدام القوات والوسائل عند اختراق الدفاع ، وصد الهجمات الجوية للعدو ، والصراع ضد قواته البحرية ، وغير ذلك من المهام .

وكل نموذج من النماذج المذكورة ينقسم بدوره إلى نماذج خاصة يعكس كل منها استخدام الأفرع المختلفة للقوات المسلحة والأسلحة المقاتلة ، وذلك لتنفيذ مهام تعبوية استراتيجية مستقلة .

وكما هو معروف يمكن للتعبير عن الناحية الكمية لكثير من الأعمال الحقيقية بالمعادلات التفاضلية ، وإن كان حل هذه المعادلات صعبا إلى حد كبير . وفى بعض الحالات الخاصة يمكن تقسيم كل نظام من المعادلات إلى معادلات مستقلة يمكن حل كل منها على حدة .

وفى الوقت الحاضر تتطور الطرق الرياضية لاختطاط (وضع) البرامج (البرمجة) فى اتجاهين رئيسيين :

الاتجاه الأول : وضع نماذج حسابية ترتبط فيها الدلائل الكمية الرئيسية للأعمال القتالية (العناصر) بعلاقة حسابية على شكل معادلات مختلفة . ويعتبر نظام هذه المعادلات النموذج الحسابى الذى تتم دراسته للوصول إلى التوجيهات أو التوصيات التى يجب اتباعها عند وضع خطة الأعمال القتالية .

الاتجاه الثانى : وضع نماذج إحصائية .

تتميز الأعمال القتالية بخضوعها لقانون المصادفة ، أي أن أي حل لهذه الأعمال قد يحدث وقد لا يحدث ولذلك يجب أن يراعى فى نماذج الأعمال القتالية الحقيقة القائلة بأن هذه الأعمال لا تستنبط وإنما تخضع لقوانين توزيع القيم الصدفية (أى التى تخضع لقانون المصادفة) .

إن خلاصة الطريقة الإحصائية للبرمجة تتلخص فى أنه فى الآلات الحاسبة الألكترونية وبواسطة أجهزة خاصة يتم تكرار عمل البرنامج مرات عديدة حتى نحصل على أنسب برامج تعكس صورة صادقة للأعمال القتالية

ولمحاكاة الأنواع المختلفة للأعمال القتالية المحتملة تستخدم أعداد صدفية تحددها الآلات الحاسبة الألكترونية بناء على برامج فرعية محددة أو بواسطة بادئة prefix ألكترونية خاصة لهذه الآلة (جهاز الأعداد الصدفية) .

إن طريقة البرمجة الإحصائية للأعمال القتالية تساعد على دراسة العديد من نواحى الأعمال القتالية ، والحصول على دلائل تميز الجوانب المختلفة لهذه الظواهر .

ومن الخصائص الإيجابية لطرق البرمجة الإحصائية إمكان دراسة ومتابعة الأعمال القتالية فى حالة استخدام أسلحة جديدة . وتتلخص الميزة الكبرى لطريقة البرمجة الرياضية وخاصة الإحصائية منها فى إمكان اختصار التجارب العملية الغالية التكاليف أو الاستغناء عنها، الأمر الذى يحقق مبدأ الاقتصاد فى القوى والوسائل المادية .

ومن أمثلة البرمجة الرياضية سنقوم بالتعرف على المعادلات التى تعبر عن المعركة النيرانية للجانبين مع استخدام وسائل الاستطلاع المختلفة .

المعادلة الرياضية لمعركة الوسائل النيرانية

فى حالة التخطيط لعملية ما يجب أن تتوفر إمكانية دراسة وتحليل تطور الأعمال القتالية بين تجميع الوسائل النيرانية للطرفين من حيث الكم وإمكانياتها النيرانية .

ولقد تعرضت الطرق الرياضية (التى تدرس القوانين القياسية الكمية التى تحكم المعركة تحت ظروف التدخل من الطرفين كل ضد الآخر) لتطور كبير فى الوقت الحاضر . وإذا ما حاولنا دراسة الأعمال القتالية للقوات مع عمل حساب كثير من العوامل المؤثرة فإن هذه الدراسة ستكون صعبة للغاية . وعليه فمن المفضل أن نبدأ بالدراسة المبسطة ، أو بتعبير أدق نبدأ باختطاط برامج مبسطة لهذه الأعمال القتالية.

وفى هــــذه البرامج الرياضية المبسطة يمكن بسهولة اكتشاف القوانين القياسية الكمية للمعركة ، ودراسة تأثير للعوامل الرئيسية التى قد يظن أنهـا عوامل ثانوية ذات تأثير بسيط .

إن التحليل الرياضى للبرامج المبسطة للأعمال القتالية يسمح بأن نقدر (تقريباً) قيمة تأثير هذه العوامل الرئيسية مثل القوة النيرانية ، وكمية الوسائل القتالية المستخدمة ، وميزة المفاجأة ، ومعدل حشد القوى لتوجيه الضربة المضادة ، ومقارنة القوات بين الطرفين ، ومعدلات الخسائر ، وكمية النيران التى يمكن للوسائل المختلفة أن تنتجها ... وهكذا . وعليه فالنموذج الرياضى للمعركة يعتبر ، بلا جدال ، وسيلة قيمة تساعدنا عند التخطيط للعملية .

هذا ويمكن اعتبار أى معركة بين طرفين مجموعة من الضربات المتتالية

التى يوجهها كل طرف إلى عدوه . كما أن تطورات المعركة تخضع لقانون المصادفة، لأن نتيجة كل ضربة نيرانية تعتبر ناتجاً صدفياً إلى حد ما . وفيما يلى نموذجان بسيطان للمعركة :

١ — معركة بين تجمعين من الوحدات القتالية (النموذج أ)

٢ — معركة بين رأسى جسر (النموذج ب)

وبغض النظر عن النواحى الكثيرة التى تغاضينا عنها بالنسبة لكلا النموذجين فإن القوانين القياسية التى يمكن الحصول عليها نتيجة دراستهما ستمكننا من تحليل الأعمال القتالية من وجهة نظر أكثر العوامل المؤثرة فاعلية .

وإذا ما تعمقنا فى تحليل مثل هذه النماذج فمن الممكن الوصول إلى طرق أكثر دقة لنظرية ديناميكية المعركة .

المعادلة البسيطة لسير الحوادث (ديناميكية المعركة)

وذلك بالنسبة للنموذج ١

(معادلة لانشستر Lanchester)[1]

سنقوم بدراسة معركة بين تجميعين من الوحدات القتالية (صواريخ من طائرات - دبابات - بطاريات مدفعية).

لنفرض أن التجميع الأول يتكون من ن$_1$ من نوع واحد من الوحدات القتالية ، فى حين يتكون التجميع الثانى من ن$_2$ وحدة قتالية . هذا وليس من الضرورى أن يكون كلا التجميعين من نوع واحد من الوحدات القتالية

مثال :

لنفرض أن أحد التجميعين يتكون من دبابات والتجميع الآخر يتكون من مدفعية فقط ، وكل وحدة قتالية يمكنها إنتاج نيران منشئة على أى وحدة قتالية للعدو ، فإذا أمكنها تدمير وحدة ما قامت بنقل نيرانها إلى وحدة أخرى ، وهكذا .

هذا ومن المفهوم أن الوحدة التى تتعرض للتدمير أو الإصابة لن تشترك فى المعركة بعد ذلك ، وسنعتبر أن كل وحدة قتالية تفتح نيرانها بمعدل نيران معين λ_1 ، λ_2 ، كما سنعتبر أن لحظة ضرب كل طلقة حادثا صدفياً .

لنفرض أن احتمال إصابة (تدمير) وحدة من المجموعة الثانية بطلقة واحدة من المجموعة الأولى يساوى ح$_1$ ، واحتمال إصابة وحدة قتالية من المجموعة الأولى بطلقة تضربها وحدة من المجموعة الثانية يساوى ح$_2$.

---

(١) لانشستر : إخصائى عسكرى إنجليزى قام بدراسة استخدام الأساليب الرياضية فى الأعمال القتالية ، وصدر له كتاب فى هذا الموضوع عام ١٩١٩

يمكن حساب إمكانيات الوحدات القتالية لكل مجموعة بمعلومية معدل النيران المؤثر لها $ن_1$ ، $ن_2$

أى أن :

$$ن_1 = ح_1 \lambda_1$$

$$ن_2 = ح_2 \lambda_2$$

والآن لنستعرض كلا من الطرفين المشتركين فى المعركة ، وسننظر إليهما على أنهما نظام قد يتخذ حالة من الأحوال الممكنة فى أى لحظة ، ونقصد بحالة نظام التجميع عدد الوحدات القتالية المتبقى من كل طرف .

هذا وسنفترض — بعد ذلك — أن القوة النيرانية لكل تشكيل فى كل لحظة يمكن إيجادها والتعبير عنها لا بالعدد الحقيقى للوحدات القتالية المتبقية وإنما بالتوقع الرياضى (المنتظر الرياضى أو القيمة المتوسطة) لها ، ويعتبر هذا الفرض طبيعياً ومنطقياً بالنسبة للتشكيلات والتشكيلات التعبوية عندما يكون تأثير المصادفة — المرتبطة بتدمير أو عدم تدمير الوحدات القتالية — على القوة الكلية للتجميع بسيطا . فبالنسبة للتشكيلات لا يبدأ ظهور التأثير الملموس لهذه المصادفات إلا فى نهاية المعركة عندما لا يتبقى فى تجميع كل من الطرفين إلا عدد غير كبير من الوحدات القتالية .

نفرض أن العدد المتوسط (التوقع الرياضى) من الوحدات القتالية المتبقى فى لحظة ما يساوى $م_1$ ، $م_2$ على التوالى . ثم نقوم بدراسة قانون تناقص قيمة $م_1$ مع مضى الوقت .

يمكن لكل وحدة قتالية من وحدات التجميع الثانى خلال زمن Δ ت فى المتوسط $ح_2 \lambda_2 \Delta ت = ن_2 \Delta ت$ طلقات ناجحة .

فإذا كان عدد الوحدات القتالية التى تؤثر على التجميع الأول تساوى $م_2$

فإن جميع الوحدات القتالية من التجميع الثانى يمكنها خلال زمن Δ ت إنتاج م٢ ه٢ Δت طلقة مؤثرة .

وعليه يمكن القول بأن هذا العدد سيساوى عدد وحدات المجموعة الأولى التى ستتعرض للتأثير .

أى أن :

$$\Delta \text{م}_1 = - \text{ه}_2 \text{م}_2 \Delta \text{ت}$$

فإذا قسمنا كلا من طرفى هذه المعادلة على Δت وبحثنا عن النهاية Δت ← صفر فإننا نحصل على المعادلة التفاضلية للقيمة م١ على شكل :

$$\frac{\text{ى م}_1}{\text{ى ت}} = - \text{ه}_2 \text{م}_2$$

وبهذه الطريقة يمكن الحصول على معادلة م٢ ، وهى :

$$\frac{\text{ى م}_2}{\text{ى ت}} = - \text{ه}_1 \text{م}_1$$

ويطلق على المعادلتين السابقتين اسم « معادلات لانشستر » ، وهى توضح كيف يتناقص عدد الوحدات القتالية فى كل من الجانبين مع مضى الوقت .

وكما سبق أن ذكرنا توضح معادلات لانشستر سير معركة عدد متماثل من الوسائل القتالية بطريقة تقريبية ، ولا يجوز استخدامها بالنسبة للمرحلة التالية من المعركة (مرحلة الإرهاق) .

ولكن هذه المعادلات تقربنا بصورة لا بأس بها من الواقعية بالنسبة للمراحل الأولى من المعركة ، عندما تشترك فيها أعداد ضخمة من الوسائل القتالية المتماثلة .

وبعد تحويل معادلة لانشستر يمكن أن تأخذ الشكل التالى :

$$\frac{\text{ى}^2 \text{م}_1}{\text{ى ت}^2} = - \text{ه}_1 \text{ه}_2 \text{م}_1$$

$$\frac{\text{ى}^2 \text{م}_2}{\text{ى ت}^2} = - \text{ه}_1 \text{ه}_2 \text{م}_2$$

ويمكن كتابة حل هذه المعادلات التفاضلية (الخطية ذات المعامل الثابت) بالشكل التالى :

$$\text{م}_1 = \text{هـ}_1 \,\text{جتا} \sqrt{\text{هـ}_1 \text{هـ}_2}\;\text{ت} - \text{ن}_2 \sqrt{\frac{\text{هـ}_2}{\text{هـ}_1}}\;\text{جا} \sqrt{\text{هـ}_1 \text{هـ}_2}\;\text{ت}$$

$$\text{م}_2 = \text{هـ}_2 \,\text{جتا} \sqrt{\text{هـ}_1 \text{هـ}_2}\;\text{ت} \;[-]\; \text{ن}_1 \sqrt{\frac{\text{هـ}_1}{\text{هـ}_2}}\;\text{جا} \sqrt{\text{هـ}_1 \text{هـ}_2}\;\text{ت}$$

حيث :

م_1 = عدد الوحدات القتالية للطرف الأول فى لحظة ما من المعركة.

م_2 = عدد الوحدات القتالية للطرف الثانى فى لحظة ما من المعركة .

ن_1 = عدد الوحدات القتالية للطرف الأول فى بداية المعركة .

ن_2 = عدد الوحدات القتالية للطرف الثانى فى بداية المعركة .

هـ_1 = معدل النيران المؤثرة للوحدة القتالية للطرف الأول .

هـ_2 = معدل النيران المؤثرة للوحدة القتالية للطرف الثانى .

جتا = جيب تمام (تؤخذ من جداول خاصة)

جا = جيب (« « «)

ت = الوقت

ولتحليل سير الحوادث بالمعركة يفضل (للسهولة) بدلا من العدد المطلق (الكمية المطلقة) للتجميع استخدام عدد نسبى عبارة عن النسبة بين عدد الوحدات القتالية المتبقية فى لحظة ما وعدد الوحدات القتالية فى بداية المعركة ونرمز له بالرمز :

$$\text{و}_1 = \frac{\text{م}_1}{\text{ن}_1} \;،\; \text{و}_2 = \frac{\text{م}_2}{\text{ن}_2} \;،\; \text{ص} = \frac{\text{ن}_1}{\text{ن}_2} \;،\; \text{ا} = \frac{\text{هـ}_1}{\text{هـ}_2}$$

حيث :

$و_1$ ، $و_2$ = العدد النسبي لتجميع كل جانب (أو بتعبير آخر النسبة بين عدد القطع القتالية المتبقية فى لحظة ما إلى إجمالى عدد القطع (الوحدات القتالية) التى كانت موجودة فى بداية المعركة) .

ص = النسبة بين قوى الجانبين فى بداية المعركة .

أ = النسبة بين معدلى النيران المؤثرة لكل من الجانبين .

وعليه فباستخدام الرموز السابقة يمكن كتابة المعادلات ، التى توضح العلاقة النسبية لإعداد الوحدات القتالية للطرفين وبين الوقت ، كما يلى :

$$و_1 = \text{جتا}\ \sqrt{ن_1 ن_2}\ ت - \frac{1}{ص} \sqrt{\frac{1}{أ}}\ \text{جا}\ \sqrt{ن_1 ن_2}\ ت$$

$$و_2 = \text{جتا}\ \sqrt{ن_1 ن_2}\ ت - ص \sqrt{أ}\ \text{جا}\ \sqrt{ن_1 ن_2}\ ت$$

هذا وسنقوم بوضع رمزين جديدين هما :

$$\bar{ت} = \sqrt{ن_1 ن_2}\ ت \quad ، \quad س = ص \sqrt{أ}$$

ويمكن أن نطلق على قيمة ت الوقت المفروض (له نفس تأثير تغيير معدل الزمن) .

وسنطلق على قيمة $\bar{ت}$ معامل التفوق لطرف على طرف آخر .

وبناء على الرموز الجديدة يمكننا كتابة معادلة سير الحوادث (ديناميكية) المعركة بالنسبة للنموذج ١ كما يلى :

$$و_1 = \text{جتا}\ \bar{ت} - \frac{1}{س} \bar{ت}$$

ومن المعادلة يتضح ما يلى بالنسبة لمعامل التفوق :

يتوقف معامل التفوق ، إلى حد كبير ، على مقارنة (النسبة بين) القوات (فى بداية المعركة)، أكثر من تأثره بمعامل معدل النيران المؤثرة ، وذلك لأن مقارنة القوات تأتى فى المرحلة الأولى، أما قيمة أ (النسبة بين معدلى النيران المؤثرة) فتقع تحت الجذر .

وعليه فعند نشوب معركة بين تجمعين من الوحدات القتالية يعتبر حشد القوات فى اتجاه الضربة الرئيسية أمرا بالغ الأهمية وله الأسبقية الأولى . وبغض النظر عن أننا حصلنا على هذا الاستنتاج رياضياً فان الحياة العملية أثبتت نجاحه تماما . ولكن النتيجة الرياضية تعطينا تقويما كميا لتأثير حشد القوى . وبالتالى تمكننا من تحليل هذا التأثير خلال المعركة .

وفى بعض الحالات الخاصة عندما تتساوى قوة الطرفين (أى أن سـ = ١) فأن المعادلة تأخذ الشكل التالى :

$$و_١ = و_٢ = هـ^{ت}$$

وعليه ففى حالة نشوب معركة بين تجميعين متساويين فإن خسائر كل منهما خلال المعركة تخضع لقانون بسيط . أما إذا كان تجميع منهما أقوى من الآخر (سـ > ١) فأن التجميع الأقوى يمكنه تكبيد التجميع الآخر خسائر متزايدة ، ويتناقص التجميع الأضعف (تزداد خسائره) تناقصا أسرع إلى أن ينتهى تماماً . وعليه يجب أن يؤخذ فى الاعتبار أن العلاقة الكمية المتحصل عليها والتى تعبر عن سير معركة التشكيلات لم تضع فى اعتبارها تغير التكتيكات التى ستؤثر — حتما — على كلا الجانبين .

والجدول التالى يوضح مقارنة القوات للطرفين حسب الوقت محسوبة لعاملى تفوق :

م١ ، م٢	ت	٠,٢	٠,٤	٠,٦	٠,٨	١,—	١,٥
س	١,٢	١,٠٩	١,٢٥	١,٥٧	٢,٢٢	٤,١٥	تدمير
	١,٥	١,٣٨	٢,١٠	٨,٠	تدمير		

من الجدول يتضح أنه فى المعركة خلال الوقت المفروض ٠,٦ يكتسب الطرف الأول تفوقاً قدره ١,٥٧ ضعف (وذلك بفرض أن معامل التفوق فى بداية المعركة ١,٢) ، ويكتسب الطرف الثانى تفوقا قدره ٨ مرات (على أساس أن معامل التفوق له فى بداية المعركة ١,٥) . وبانقضاء الوقت المفروض للمعركة (حوالى ١,٥) يكون الطرف الثانى قد انتهى تماماً، أو بتعبير آخر تم تدميره .

وعلى ذلك فباستخدام المعادلات التى حصلنا عليها يمكن التنبؤ بنتائج المعركة بالنسبة لكل من التجميعين (الطرفين) بفرض أن كل تجميع يتكون من وسائل قتال متماثلة (ولكن غير متكافئة) .

وفى هذه الحالة نجد أن العلاقة الكمية للوسائل القتالية المتبقية (أو بتعبير آخر الخسائر) فى أى لحظة من المعركة تتوقف على :

١ — المقارنة بين القوات فى بداية المعركة .

٢ — معدلات النيران للأسلحة لدى كل من الطرفين .

٣ — احتمال إصابة الوسائل القتالية نتيجة لنيران الطرف الآخر .

ويجب أن نتذكر دائماً أن احتمال الإصابة (أو حدوث التأثير) يتوقف على عدد كبير من العوامل التى تميز خواص كل سلاح وطبيعة الهدف، وأهمها :

١ — الوزن النسبى (بالطن أو الكيلو طن من مادة ت ن.ت) للقنبلة الذرية أو الخواص التدميرية للذخيرة التقليدية .

٢ — خواص الانتشار للذخيرة المستخدمة (خواص وسيلة الحمل ، مسافة الضرب ، خواص وسيلة أو نظام التوجيه) ، وغيرها من الخواص .

٣ — مقاييس الهدف (الوحدة القتالية المعادية) .

٤ — طبيعة الهدف ودرجة تحصينه .

مما سبق يتضح أن معادلة سير (ديناميكا) المعركة تعوض عن كثير من العوامل الملموسة التى تؤثر على نتائج المعركة ، ولكنها لا تأخذ فى الاعتبار تغيير التكتيكيات .

مثال :

ستنشب معركة بين تجميعين ، الأول به ٢٠ دبابة والثانى به ١٠ دبابات ، وكان معدل نيران الدبابة من التجميع الأول (مع مراعاة زمن نقل النيران) ½ طلقة فى الدقيقة ، واحتمال إصابة دبابة العدو ٠,٠٦ . أما بالنسبة للتجميع الثانى فمعدل نيران الدبابة طلقة فى الدقيقة ، والاحتمال المتوسط لإصابة دبابة العدو ٠,٠٥ .

لمن يكون النصر ، وكم من الوقت يمر ليتم هذا النصر ؟

<u>الحل :</u>

نقوم بإيجاد المقارنة العددية بين القوات فى بداية المعركة :

$$ص = \frac{ن_١}{ن_٢} = \frac{٢٠}{١٠} = ٢$$

نحسب معدل النيران المؤثر لكل من الطرفين :

$ن_١ = ح_١ \lambda_١ = ٠,٠٦ \times ٠,٥ = ٠,٠٣$

$ن_٢ = ح_٢ \lambda_٢ = ٠,٠٥ \times ١ = ٠,٠٥$

نحسب المقارنة بين معدلى النيران المؤثرة :-

$$ا = \frac{ن_١}{ن_٢} = \frac{٠,٠٣}{٠,٠٥} = ٠,٦$$

وعليه فيكون معامل التفوق كما يلى :

$$س = ص \sqrt{ا} = ٢ \sqrt{٠,٦} = ١,٥$$

وعليه فإن النصر سيكون من نصيب التجميع الأول .

والآن لنحصل على معادلة الزمن المفروض :

$$\bar{ت} = \sqrt{ن_١ ن_٢} = ٠,٠٣ \times ٠,٠٥ ت = ٠,٠٣٩ ت$$

والجدول التالى يوضح نتائج الحسابات بناء على العدد النسبى للوسائل القتالية المتبقية بالنسبة للزمن :

ت دقيقة	١	٢	٤	٦	١٠
$و_١$	,٩٨	٠,٩٥	٠,٩١	٠,٨٨	٠,٨٢
$و_٢$	٠,٩٤	٠,٨٨	٠,٧٨	٠,٦٦	٠,٤٤

ومن الجدول يتضح أنه بعد مضى ١٠ دقائق تصبح خسائر التجميع الثانى ٥٦٪ فى حين تكون خسائر التجميع الأول ١٨٪ . كما نلاحظ أن العلاقات الخاصة بالنموذج ١ قد بنيت على أساس فرض أن كل وحدة قتالية

يمكنها إنتاج نيران منشنة على أى وحدة قتالية للعدو . وفى واقع الأمر هذا غير ممكن لأن بعض الوحدات القتالية للعدو ستكون غير مرئية أو خارج مدى بعض الوحدات القتالية الصديقة ، كما أن كلا من الطرفين لن يدفع بكل قواته فى المعركة دفعة واحدة ، وستكون هنالك قيود على نقل النيران من هدف إلى آخر . وعليه فإذا قسمنا جميع الوحدات القتالية المشتركة فى المعركة إلى مجموعات بينها تعاون وثيق فمن الممكن تقسيم المعركة إلى معارك فرعية مستقلة بين هذه المجموعات . وعلى العموم يمكن القول بأن أسوأ حالة ممكنة هى أن كل وحدة قتالية يمكنها الاشتباك مع وحدة قتالية واحدة للعدو . وفى هذه الحالة يمكن تقسيم المعركة إلى معارك صغيرة يمكن أن يطلق عليها ، تجاوزا ، اسم « المبارزات » .

وأهم شرط يجب توافره لاستخدام النموذج ١ هو الاستطلاع الكامل لأهداف العدو وتوفر المعلومات عن نتائج الضرب فى الوقت المناسب ، ولكن هذه الشروط لا يمكن تحقيقها تحقيقاً كاملا من الناحية العملية .

ونتيجة لذلك نجد أن معدل المعركة الحقيقية أبطأ بكثير مما يوضحه لنا النموذج ١ . وسنستعرض فيما يلى نموذجا آخر أقرب من سابقه إلى صورة المعركة الحقيقية . وقبل أن نقوم بذلك سنتوقف قليلا لنستعرض حساب استعاضة القوات ، وعنصر المفاجأة بالنسبة للنموذج ١ .

لنفرض أن الاستعاضة تتم بمعدل ك_{1} وحدة قتالية بالنسبة للتجميع الأول فى وحدة الزمن ، ك_{2} بالنسبة للتجميع الثانى . وعليه تصبح معادلة ديناميكية (سير الحوادث) المعركة كما يلى :

$$\frac{\text{ى م}_{1}}{\text{ى ت}} = -\,\text{ن}_{2}\,\text{م}_{2} + \text{ك}_{1}$$

$$\frac{\text{ء}\,\text{م}_{١}}{\text{ء}\,\text{ت}} = -\text{ا}_{١}\,\text{م}_{١} + \text{ك}_{٢}$$

وقد يكون معدل الاستعاضة ثابتاً أو متغيرا . وحل ذلك بواسطة المعادلات الرياضية يمكننا من تحليل سير المعركة طبقا لمعدل الاستعاضة، واكتشاف المطالب اللازمة بالنسبة لهذه الاستعاضة حتى يمكن تدمير العدو وهزيمته فى الوقت المحدد .

وفى حالتنا هذه ، وعندما يكون معدل استعاضة القوات ثابتا ، تأخذ المعادلات الشكل التالى :

$$\text{م}_{١} = \tfrac{١}{٢}\left(\text{ن}_{١} - \frac{\text{ك}_{٢}}{\text{ه}_{١}}\right)\text{جتا}\sqrt{\text{ه}_{١}\text{ه}_{٢}}\,\text{ت} + \frac{\text{ك}_{١} - \text{ه}_{٢}\text{ن}_{٢}}{٢\sqrt{\text{ه}_{١}\text{ه}_{٢}}}\,\text{جا}\sqrt{\text{ه}_{١}\text{ه}_{٢}}\,\text{ت} + \frac{\text{ك}_{٢}}{\text{ه}_{٢}}$$

$$\text{م}_{١} = \tfrac{١}{٢}\left(\text{ن}_{٢} - \frac{\text{ك}_{١}}{\text{ه}_{١}}\right)\text{جتا}\sqrt{\text{ه}_{١}\text{ه}_{٢}}\,\text{ت} + \frac{\text{ك}_{٢} - \text{ه}_{١}\text{ن}_{١}}{٢\sqrt{\text{ه}_{١}\text{ه}_{٢}}}\,\text{جا}\sqrt{\text{ه}_{١}\text{ه}_{٢}}\,\text{ت} + \frac{\text{ك}_{١}}{\text{ه}_{٢}}$$

ويمكن حل هذه المعادلات بسهولة بالطرق العادية أو بالآلات الحاسبة الألكترونية .

سير المعركة بين رأسى جسرين

(النموذج ب)

سندرس المعركة بين تجميعين من القوات تحت الظروف التالية :

— كل تجميع من هذين التجميعين لا يفتح نيرانه على أى هدف مستقل يتم اكتشافه ، وإنما يضرب مساحة ما (رأس جسر) توجد بها الوسائل النيرانية للعدو (مواقع إطلاق صواريخ ، مطارات تتمركز فيها قاذفات قنابل ، مرابض نيران مدفعية ... الخ) .

— المعلومات التى يمكن الحصول عليها عن نتائج الضرب وكذا وسائل المواصلات بين الوحدات القتالية قليلة بالدرجة التى تمنع احتمال تكرار الضرب على هدف سبق ضربه وأثر الضرب فيه .

مثل هذا النموذج يطلق عليه اسم « معركة رأسى جسر » أو النموذج ب ، ويمكن النظر إليه على أنه حالة شاذة للمعركة ، وذلك عندما تنعدم النيران المنشنة ، وتقل معلومات الاستطلاع عن الأهداف المعادية فى كل جسر من الجسرين ، والمعركة الحقيقية ستكون وسطاً بين النموذجين ا ، ب

لنفرض أن رأسى الجسر ١ ، ٢ كانا سليمين فى بداية المعركة وليس بأى منهما أى خسائر أو آثار تدمير ، ولنفرض أن التأثير الذى يمكن لرأس الجسر رقم١ أن يحدثه فى رأس الجسر رقم٢ خلال زمن △ ت هو تدمير الوسائل القتالية الموجودة فى مساحة ما وقدرها △ س٢ (عبارة عن جزء من المساحة الكلية لرأس الجسر س٢) .

وسنعبر عن كثافة التأثير النيرانى بالخسائر المتوسطة النسبية فى وحدة الزمن ، التى يمكن لرأس جسر ما أن يحدثها فى رأس الجسر الآخر فى بداية المعركة مستخدما جميع وسائل التأثير النيرانى التى يمتلكها .

وعليه فإن الخسائر المتوسطة خلال الزمن △ت والتي يحدثها رأس الجسر رقم ١ فى رأس الجسر رقم ٢ تكون :

$$ى_1 \triangle ت = \frac{\triangle س_2}{س_2}$$

حيث :

$ى_1$ الخسائر النسبية المتوسطة التى يحدثها رأس الجسر رقم ١ فى رأس الجسر رقم ٢ خلال وحدة الزمن .

هذا ويمكن بهذه الطريقة كتابة المعادلة التى تصور الخسائر التى يتعرض لها رأس الجسر رقم ١ خلال وحدة الزمن نتيجة لتأثير رأس الجسر رقم ٢

ولإيجاد قيمة كل من $ى_1$ ، $ى_2$ يجب إيجاد المساحة الكلية المتوسطة النسبية لإجمالى الخسائر التى قد يتعرض لها العدو بفعل جميع الوسائل القتالية المتيسرة ، وذلك خلال وحدة زمن مفروضة .

وتتوقف الخسائر النسبية المتوسطة خلال وحدة الزمن على العوامل التالـــية :

- كمية الوسائل القتالية المتيسرة .
- معدل نيران هذه الوسائل .
- احتمال وصول وسيلة حمل الذخيرة إلى الهدف .
- نصف القطر المؤثر للذخيرة .
- قوة الهدف ودرجة تحصينه وصلابته .

وللحصول على معادلة ديناميكية المعركة بين رأسى جسرين نقوم بمتابعة الدراسة بالأسلوب التالى :

نفترض أن الضربة النيرانية خلال الزمن △ ت بجميع وسائل رأس

الجسر رقم ٢ التي يوجهها إلى رأس الجسر رقم ١ الذى لم يتعرض لأى خسائر تساوى $\text{ى}_2 \Delta \text{ت}$ ، ولما كان رأس الجسر رقم ٢ فى لحظة الضربة يستخدم فقط جزءاً من قواته الموجودة فى رأس الجسر ، التى نرمز لحجمها النسبي بالرمز ص_2 ، فيجب ضرب الخسائر النسبية فى ص_2 ، هذا بالإضافة إلى أن رأس الجسر رقم١ سيتعرض لخسائر جزئية فقط ، وستأتى ضربة جديدة من الوسائل النيرانية لرأس الجسر رقم ٢ (كلها أو جزء منها) توجه إلى المساحة التى تعرضت للضرب .

وعلى ذلك فالخسائر المتوسطة التى يحدثها رأس الجسر رقم ٢ فى رأس الجسر رقم١ خلال الزمن Δت يجب ضربها فى احتمال حدوث هذه الخسائر فى الجزء الذى لم يتعرض للضرب من رأس الجسر رقم ١ ، ومن الطبيعى أن نعتبر أن هذا الاحتمال يساوى الجزء المتوسط ص_1 المتبقى من مساحة رأس الجسر رقم١ ، نتيجة لماسبق نحصل على معادلة الخسائر المتوسطة .

$$\Delta \text{ص}_1 = - \text{ص}_1 \times \text{ص}_2 \times \text{ى}_2 \times \Delta \text{ت}$$

حيث :

ص_1 = الجزء المتوسط من المساحة التى لم تتعرض لخسائر من رأس الجسر رقم ١ ،

$\text{ص}_2 \text{ى}_2 \Delta \text{ت}$ = الخسائر المتوسطة التى كان من الممكن أن يتعرض لها رأس الجسر رقم ١ بواسطة الوسائل المتبقية من رأس الجسر رقم٢ إذا فرضنا أن رأس الجسر رقم١ لم يتعرض لأى خسائر خلال الزمن موضوع الدراسة .

وبقسمة طرفى المعادلة على Δت نحصل على نها $\Delta \text{ت} \longrightarrow$ صفر، ونحصل على المعادلة التالية :

$$\frac{\text{د ص}_1}{\text{د ت}} = - \text{ى}_2 \text{ص}_1 \text{ص}_2$$

وبهذه الطريقة يمكننا بالنسبة للجانب الثانى الحصول على معادلتين تفاضليتين خاصتين بالأجزاء النسبية المتبقية من رأس الجسر خلال المعركة :

$$\frac{ء ص_١}{ء ت} = - ى_٢ ص_١ ص_٢$$

$$\frac{ء ص_٢}{ء ت} = - ى_١ ص_١ ص_٢$$

وبقسمة المعادلة الثانية على المعادلة الأولى نحصل على :

$$\frac{ء ص_٢}{ء ص_١} = \frac{ى_١}{ى_٢}$$

ومنها :

$$ص_٢ = \frac{ى_١}{ى_٢} ص_١ + ج$$

ويمكن الحصول على القيمة الثابتة ج إذا فرضنا أن ت = صفر ، $ص_١ = ص_٢ = ١$ (المساحة النسبية التى لم تتعرض لخسائر من رأس الجسر تساوى ١٠٠٪) ،

وعليه فإن :

$$ج = \frac{ى_٢ - ى_١}{ى_٢}$$

وإذا عوضنا عن $ص_٢$ فى المعادلة الأولى لديناميكا المعركة بالنسبة لرأس الجسر فإننا نحصل على :

$$\frac{ء ص_١}{ء ت} = ى_١ ى_٢ ص_١ (ص_١ - ١.)$$

وبالمثل يمكن الحصول على معادلة المساحة النسبية المتبقية ص_2 :

$$\frac{\text{د ص}_2}{\text{د ت}} = \text{ى}_1 \, \text{ى}_2 \, \text{ص}_2 \, (\text{ص}_2 - 1)$$

ويمكن حل المعادلات السابقة بالصورة التالية :

$$\text{ص}_1 = \frac{\text{ى}_2 - \text{ى}_1}{\text{ى}_2 \, \text{هـ}^{(\text{ى}_2 - \text{ى}_1)\text{ت}} - \text{ى}_1}$$

$$\text{ص}_2 = \frac{\text{ى}_1 - \text{ى}_2}{\text{ى}_1 \, \text{هـ}^{(\text{ى}_1 - \text{ى}_2)\text{ت}} - \text{ى}_2}$$

وإذا تساوت كثافة التأثير النيرانى للطرفين $(\text{ى}_1 = \text{ى}_2 = \text{ى})$ فإن المساحات النسبية المتبقية تتناقص بنفس القانون الذى يمكن الحصول عليه بعد التعريض عن هذه الشروط :

$$\text{ص}_1 = \text{ص}_2 = \frac{1}{1 + \text{ى ت}}$$

وعليه يمكن فى حالة تساوى التأثير النيرانى لرأس الجسر أن تتناقص المساحة المتبقية من كل رأس جسر خلال المعركة طبقاً لقانون القطع الزائد Hyperbola (وليس كما كان الحال بالنسبة للنموذج أ) .

وفيما يلى معادلة سير معركة جسرين :

$$\text{ص}_1 = \frac{2\,\text{ب}}{1 + \text{ب} + (1 - \text{ب})\, \text{هـ}^{-2\text{ب}\text{ت}}}$$

$$\text{ص}_2 = \frac{2\,\text{ب}}{(1 + \text{ب})\, \text{هـ}^{2\text{ب}\text{ت}} - (1 - \text{ب})}$$

حيث :

$$ت = \frac{ى_1 + ى_2}{2}$$ ت وهى الوقت المفروض

$$ب = \frac{ى_1 - ى_2}{ى_1 + ى_2}$$ التفوق النسى التفاضلى لرأس الجسر رقم ١ على رأس الجسر رقم ٢

ومن الواضح أن التفوق النسبي التفاضلى يتوقف على :

— مساحة رأس الجسر .

— كثافة الوسائل النيرانية فى رأس الجسر .

— التأثير التدميرى للذخيرة لكل جانب .

— درجة دقة الضرب .

— احتمال الوصول إلى الهدف .

والجدول التالى يوضح العلاقة بين المساحات المتبقية فى رأس الجسر (وسائل النيران الموجودة فى هذه المساحات) وبين الزمن المفروض، وذلك بالنسبة لقيمتين محددتين للتفوق النسبي التفاضلى :

	$\bar{ت}$ / $ص_1 / ص_2$	١	٢	٤	٦	٨	١٠
ب	٠,١	١,٢٥	١,٤٧	١,٩٣	٣,١٤	٤,٨٠	٧,٨٠
	٠,٥	٣,٢	٤,٦	٦٥	انتهت		

من الجدول السابق يتضح أن التفوق التفاضلى النسبي يحدث تأثيراً قوياً على نتيجة المعركة بين رأسى جسر ،فعلى سبيل المثال :

عندما تكون ب = ١ر، وبعض زمن قدره $\bar{ت}$ = ٤ يمكن لرأس الجسر

رقم ١ أن يقلل القوة النيرانية لرأس الجسر رقم ٢ حوالى ١٫٩٣ مرة ، وعند ما تكون ب = ٠٫٥ وخلال نفس الزمن يكاد يكون رأس الجسر رقم ٢ قد انتهى وتم تدميره .

إن المعادلات السابقة تمكننا من اكتشاف تأثير العوامل المختلفة على سير المعركة بين رأسى جسر ، وأهم هذه العوامل :

— كمية الوسائل القتالية .

— معدل نيران كل وسيلة .

— نصف قطر تأثير الذخيرة .

— دقة الضرب .

— مساحة رأس الجسر .

وغير ذلك من العوامل .

مثال :

قام كل من الطرف الأول والطرف الثانى بوضع قواته فى رأس جسر ، وكانت مساحة رأس الجسر الأول $س_١$ = ٢٠٠ × ٢٠٠ كم، ومساحة رأس الجسر الثانى $س_٢$ = ١٠٠ × ١٠٠ كم .

يوجد لدى الطرف الأول عشرة مواقع إطلاق صواريخ بالستيكية ومطاران متقدمان . وكل موقع من هذه المواقع يمكنه أن يطلق على رأس الجسر رقم ٢ صاروخين (فى المتوسط) فى اليوم واحتمال وصول الصاروخ إلى رأس الجسر رقم ٢ يساوى $حَ_١$ = ٠٫٨ ، وفى حالة نجاحه فى الوصول يحدث تأثيراً على الأهداف الموجودة فى مساحة قدرها :

$س َ_١$ = ٢٠ كم ٢ من رأس الجسر رقم ٢

وكل مطار يمكنه أن يدفع ٢٠ قاذفة قنابل فى اليوم ضد الجسر رقم ٢ ، واحتمال نجاح القاذفة فى الوصول إلى هدفها يساوى $ح_١$ = ٦ر٠ ، والمساحة التى تتعرض للتأثير إذا نجحت القاذفة فى الوصول إلى هدفها تساوى $س_١$ = ١٠ كم٢ .

ويوجد فى رأس الجسر رقم ٢ خمسة مواقع إطلاق صواريخ بالستيكية ومطار واحد ومعدل النيران للقاعدة صاروخ فى اليوم . واحتمال وصول الصاروخ إلى الهدف $ح_٢$ = ٩ر٠ ، والمساحة المفروضة للتأثير للصاروخ الواحد تساوى $س_٢$ = ٣٠ كم٢ . ويمكن للمطار أن يدفع عشر قاذفات ضد رأس الجسر رقم ١ فى اليوم . واحتمال وصول القاذفة إلى الهدف يساوى $ح_٢$ = ٨ر٠ ، والمساحة المفروضة للتأثير تساوى $س_٢$ = ٢٠ كم٢ .

المطلوب :

دراسة سير المعركة .

<u>الحـــل :</u>

— نقوم بإيجاد كثافة تأثير رأس الجسر رقم ١ ضد رأس الجسر رقم ٢ . الصاروخ الواحد يحدث خسائر نسبية متوسطة تساوى :

$$ح_١ \times \frac{س_١}{س_٢} = ٠,٨ \times \frac{٢٠}{١٠٠٠٠} = ١,٦ \times ١٠^{-٣}$$

كل قاعدة إطلاق يمكنها أن تحدث الخسائر التالية خلال يوم واحد :

$$٢ \times ١,٦ \times ١٠^{-٣} = ٣,٢ \times ١٠^{-٣}$$

إذن عشر قواعد يمكنها :

$$١٠ \times ٣ر٢ \times ١٠^{-٣} = ٣ر٢ \times ١٠^{-٢}$$

كل قاذفة يمكنها أن تحدث الخسائر التالية :

$$ح_١ \times \frac{س_١}{س_٢} = ٠,٦ \times \frac{١٠}{١٠٠٠٠} = ٠,٦ \times ١٠^{-٣}$$

كل مطار يمكنه خلال يوم أن يحدث :

$$٢٠ \times ٠,٦ \times ١٠^{-٣} = ١,٢ \times ١٠^{-٢}$$

للمطارين $٢ \times ١,٢ \times ١٠^{-٢} = ٢,٤ \times ١٠^{-٣}$

إذن إجمالى الخسائر النسبية التى يمكن لرأس الجسر رقم ١ أن يحدثها فى رأس الجسر رقم ٢ فى اليوم تساوى :

$$ى_١ = ٣,٢ \times ١٠^{-٢} + ٢,٤ \times ١٠^{-٢} = ٥,٦ \times ١٠^{-٢}$$

وبالمثل بالنسبة لرأس الجسر رقم ٢ نجد أن :

$$ى_٢ = ٠,٧٤ \times ١٠^{-٢}$$

والآن لنحسب بالنسبة لمقياس جديد للزمن :

$$\bar{ت} = \frac{ى_١ - ى_٢}{٢} ت = \frac{٥,٦ \times ١٠^{-٢} - ٠,٧٤ \times ١٠^{-٢}}{٢} ت$$

$$= ٣,١٧ \times ١٠^{-٢} ت$$

نحسب الآن التفوق التفاضلى النسبى لرأس الجسر رقم ١ على رأس الجسر رقم ٢ :

$$ب = \frac{ى_١ - ى_٢}{ى_١ + ى_٢} = \frac{٥,٦ \times ١٠^{-٢} - ٠,٧٤ \times ١٠^{-٢}}{٥,٦ \times ١٠^{-٢} + ٠,٧٤ \times ١٠^{-٢}}$$

$$= ٠,٧٦$$

وبالتعويض عن ب فى المعادلة الخاصة بـ صم١ ، صم٢ نحصل على قيمتها فى الأزمنة المختلفة . والجدول التالى يوضح نتائج هذه الحسابات :

ج	صفر	٠ر٢٥	٠ر٥٠	٠ر٧٥	١ر٠	١ر٢٥	١ر٥٠
صم١	١ر٠	٠ر٩٥	٠ر٩٨	٠ر٩١	٠ر٨٩	٠ر٨٨	٠ر٨٧
صم٢	١ر٠	٠ر٦٣	٠ر٥٢	٠ر٣٠	٠ر١٩	٠ر١٣	٠ر٩
صم١ / صم٢	١ر٠	١ر٥	١ر٨	٣ر٠	٤ر٧	٦ر٨	٩ر٧

من الجدول السابق يتضح التفوق الواضح لرأس الجسر رقم ١ . فخلال الزمن المفروض $\bar{\text{ت}} = ١,٥$ يخسر رأس الجسر رقم ١ حوالى ١٣ ٪ من مساحته (وبالتالى الوسائل النيرانية الموجودة فى هذه المساحة) ، فى حين أن رأس الجسر رقم ٢ يخسر ٨١ ٪ ، أى أنه يخرج من المعركة كلية .

والآن لنحسب بعد مضى كم من الوقت يحدث ذلك :

$$\text{ت} = \frac{٢}{\text{ى}_{١} + \text{ى}_{٢}}\ \bar{\text{ت}} = \frac{٢}{٥,٦ \times ٦٠^{٢} + ٠,٧٤ \times ١٠ - ٢} \times ١ر٥ =$$

= ٤٧ر٤ يوم

وبمقارنة معادلات النموذجين ١ ، ب يمكن استنتاج مايلى :

— يعتبر النموذج أ أكثر نشاطاً ويصور معركة أكثر حيوية (الضرب على أهداف محددة ، نقل النيران من الهدف الذى تم تدميره إلى هدف جديد) .

— تتطور الحوادث فى النموذج أ بأسلوب أكثر نشاطاً من النموذج ب ، كما أن تفوق الجانب الأقوى يكون أكثر وضوحاً .

— تنتهى المعركة فى فترة أقل بالنسبة للنموذج أ منها بالنسبة لنموذج ب .

— فى النموذج ب نجد أن معدل الخسائر أقل .

— تفوق الجانب الأقوى أقل وضوحاً بالنسبة للنموذج ب ، كما أن المعركة تتميز بطول مدتها .

وفى الختام يمكن باستخدام نماذج مماثلة تقويم نتائج استخدام الوسائل القتالية ، وعمل مقارنات سليمة للقوات ، وتقويم كفاءة الاستطلاع .

(تم بحمد الله)

موضوعات الكتاب

الباب الأول

الباب الثانى

الباب الثالث

الباب الرابع

الباب الخامس

الباب السادس

كتب للمؤلف

الاستراتيجية الحربية من وجهة النظر السوفيتية
مكتبة الدار القومية

استخدام الطرق الرياضية فى الأعمال الحربية
مكتبة دار الفكر العربى ولدى الباعة

تاريخ فن الحرب
الجزء الأول من عصور ماقبل التاريخ إلى عصر الرسول)
مكتبة دار النشر للجامعات المصرية ولدى الباعة

تاريخ فن الحرب
الجزء الثانى من عصر الرسول إلى العصر الحاضر
تحت الطبع

تاريخ فن الحرب
الجزء الثالث عن الحرب الألمانية النازية
لدى الباعة